

Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

N° 2011-11

**Estacionariedad, Cambios Estructurales y Crecimiento
Económico en México: 1895-2008**

Antonio E. Noriega
Banco de México
Universidad de Guanajuato

Cid Alonso Rodríguez-Pérez
Banco de México

Octubre 2011

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Estacionariedad, Cambios Estructurales y Crecimiento Económico en México: 1895-2008*

Antonio E. Noriega[†]
Banco de México
Universidad de Guanajuato

Cid Alonso Rodríguez-Pérez[‡]
Banco de México

Resumen: Este trabajo estima que la evolución del nivel del producto real y per cápita de México entre 1895 y 2008 se puede describir adecuadamente a través de un modelo estacionario en tendencia, afectado por 4 cambios estructurales, cuya ocurrencia coincide con cambios institucionales domésticos, guerras y crisis económicas y financieras. Estos cambios son modelados a través de funciones logísticas de transición suave, en las que los periodos de transición son estimados endógenamente. En términos de tasas de crecimiento, nuestros resultados indican que para el PIB real y PIB real per cápita de México existen cuatro etapas de crecimiento estacionario separadas por tres periodos de transición. Por ejemplo, para el PIB real se identifican las siguientes etapas de crecimiento estacionario: 1895 – 1924, 1935 – 1952, 1956 – 1978, y 1989 – 2008, separadas por tres épocas de transición: 1925 – 1934, 1953 – 1955, y 1979 – 1988.

Palabras Clave: Producto interno bruto, crecimiento económico, estacionariedad, raíz unitaria, cambio estructural, función logística, transición suave.

Abstract: This paper shows that the evolution of the level of Mexico real and real per capita output between 1895 and 2008 can be adequately described through a trend-stationary model, affected by 4 structural breaks, which occurred at dates that seem to coincide with domestic institutional arrangements, wars, and financial and economic crises. These changes are modeled through logistic smooth transition functions, in which transition periods are endogenously estimated. In terms of growth rates, our results indicate that for Mexico real and real per capita GDP, there are four stationary growth paths, separated by three transition periods. For instance, for real GDP we identify the following stationary growth paths: 1895 – 1924, 1935 – 1952, 1956 – 1978, and 1989 – 2008, separated by three transition periods: 1925 – 1934, 1953 – 1955, and 1979 – 1988.

Keywords: Gross domestic product, economic growth, stationarity, unit root, structural break, logistic function, smooth transition.

JEL Classification: C12, C13, C15, C22, O47, O54.

*Agradecemos los comentarios y sugerencias de Carlos Capistrán, Gonzalo Rangel, y un dictaminador anónimo, así como de participantes en el seminario del Banco de México. Todos los errores son responsabilidad nuestra.

[†]Dirección General de Investigación Económica. Email: anoriega@banxico.org.mx.

[‡]Dirección General de Investigación Económica. Email: cidrodriguez@banxico.org.mx.

I. Introducción

Este trabajo tiene por objetivo analizar el comportamiento de baja frecuencia del producto real y per cápita de México de 1895 a 2008. En el contexto del análisis univariado de series de tiempo, se busca determinar si la evolución de la producción en México se puede caracterizar por una tendencia estocástica –esto es, por una raíz unitaria- o por una tendencia lineal determinista, sujeta a cambios estructurales modelados a través de funciones de transición suave. En otras palabras, este estudio retoma la vieja pregunta de si la tendencia que domina la evolución de largo plazo del producto es estocástica o determinista.

Considérese el siguiente modelo de tendencia lineal sin cambios estructurales en los parámetros,

$$y_t = \alpha + \beta t + v_t; \quad v_t = \rho v_{t-1} + \varepsilon_t$$

donde y_t es, digamos, el logaritmo del PIB real en niveles, v_t son las desviaciones con respecto a la tendencia lineal, α , β y ρ son parámetros, y ε_t es un proceso de ruido blanco. Si $\rho = 1$, entonces y_t tiene una raíz unitaria o en otras palabras es *Estacionario en Diferencias*, por lo que para obtener la tasa de crecimiento del producto sería necesario aplicar la transformación de primeras diferencias y obtener una estimación del parámetro β . Por el contrario, en el caso de $\rho < 1$, y_t es *Estacionario en Tendencia* y, por tanto, la pendiente de la función de tendencia lineal de la serie (β) representa una estimación de la tasa de crecimiento de y_t .

Considere la evolución del producto real de los Estados Unidos de América, que se presenta en el panel A de la Figura 1. Resultados en Noriega (2004), así como cálculos propios utilizando las pruebas de Kejriwal y Perron (2010), indican que el producto real norteamericano ha fluctuado de forma estacionaria alrededor de una tendencia lineal sin cambios estructurales. En otras palabras, el modelo de arriba con parámetros α y β constantes y $\rho < 1$ parecen describir adecuadamente la evolución de la serie.¹

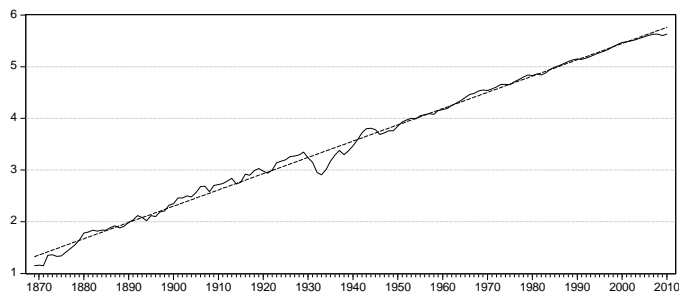
Sin embargo, esta representación lineal puede no ser adecuada para todos los casos, debido a que la función de tendencia puede estar sujeta a cambios estructurales, que usualmente están relacionados con guerras, arreglos institucionales, crisis económicas, etc. Como ejemplo de esto la Figura 1 presenta la evolución del producto real del Reino Unido (panel B) y de Australia (panel C), junto con una tendencia lineal quebrada, basada en los resultados de Noriega, Soria y Velázquez (2008). En el primer caso se identifica un cambio estructural tanto en el nivel α , como en la pendiente β de la función de tendencia en 1918, que alteran permanentemente el nivel y la tasa de crecimiento del producto. Este hallazgo ha sido relacionado por la literatura con la primera Guerra Mundial (véase por ejemplo Mills (1991) y Duck (1992)). En el panel C, el PIB real de Australia presenta 3 cambios estructurales en su nivel (3 cambios en el parámetro α , sin cambios en el parámetro de la pendiente, β). En ambos casos, pruebas de raíz unitaria

¹ En relación con la cuestión de si la función de tendencia de largo plazo de la producción real de EEUU debería ser modelada como estacionaria en tendencia o estacionaria en diferencias véase Rudebusch (1993), Diebold y Senhadji (1996), Murray y Nelson (2000), Papell y Prodan (2004), Vougas (2007), y Darne (2009).

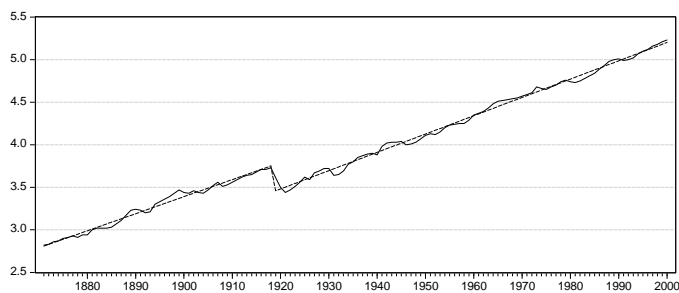
aplicadas a las series indican que el producto evoluciona de una forma estacionaria, es decir, que $\rho < 1$, una vez que se consideran estos cambios estructurales en la función de tendencia.²

Figura 1. PIB real (logs) y tendencias quebradas

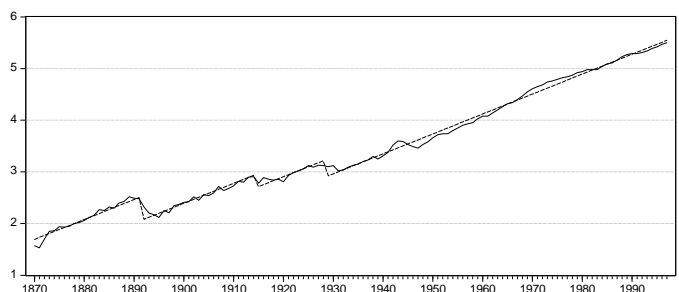
Panel A. Estados Unidos de América.



Panel B. Reino Unido.



Panel C. Australia.



En este trabajo, ponemos especial atención a la cuestión de si los parámetros de la función de tendencia (α y β) se han mantenido constantes a lo largo del periodo bajo estudio tanto para el producto como para el producto per cápita de México.

Existen diversos estudios internacionales que han explorado este cuestionamiento. Por ejemplo, Ben-David y Papell (1995) plantean cómo las pruebas de cambio estructural en series de tiempo univariadas, proporcionan un marco natural para investigar el hecho (estilizado) de una tasa de crecimiento del producto constante. Así, Ben-David y Papell (1995) buscan determinar la existencia de un cambio estructural en la serie del producto y producto per cápita de un conjunto de países seleccionados, así como sus implicaciones

² Para más detalles sobre estos resultados véase Noriega, Soria y Velázquez (2008).

sobre el crecimiento económico. Siguiendo con esta línea de discusión, y dentro del contexto de modelos que permiten cambios estructurales múltiples, Ben-David, Lumsdaine y Papell (2003), encuentran evidencia de tasas de crecimiento que aumentan en el tiempo.

Es importante señalar que la evidencia encontrada en esta literatura tiene como característica común asumir que los cambios estructurales ocurren instantáneamente, al ser modelados por medio de variables dicotómicas. Sin embargo, tal especificación no necesariamente puede ser la más adecuada.

Este trabajo propone modelar los potenciales cambios estructurales, bajo la hipótesis alternativa, a través de funciones de transición suave entre regímenes (o tendencias lineales) más que como cambios estructurales instantáneos. La idea básica de las transiciones suaves es simple: el cambio estructural no se asume como un cambio instantáneo, sino como un periodo de transición suave entre diferentes regímenes a través del tiempo. Además, como se discutirá más adelante, un cambio estructural instantáneo representa un caso particular de la función de transición suave. Así, nuestro enfoque consiste en probar la hipótesis nula de una raíz unitaria contra la alternativa de estacionariedad alrededor de una tendencia lineal determinista afectada por transiciones suaves múltiples.³

Basados en el trabajo de Bacon y Watts (1971), Maddala (1977), Granger y Teräsvirta (1993), y de Lin y Teräsvirta (1994), Greenaway, Leybourne y Sapsford (1997) modelan un cambio estructural para series del producto de un conjunto de países seleccionados, como una transición suave entre regímenes. En particular, asumen que cualquier cambio en el desempeño económico que le sigue a la liberalización comercial puede ser modelado más apropiadamente como una transición suave más que como un cambio discreto en la trayectoria de la serie de tiempo. Siguiendo esta línea para modelar los cambios estructurales en la tendencia determinista de una serie de tiempo, Leybourne, Newbold y Vougas (1998) [LNV, en adelante], proponen una prueba tipo Dickey-Fuller en la cual plantean como hipótesis alternativa a la de raíz unitaria, la de un cambio estructural en la tendencia lineal de una serie a través de una transición suave entre dos diferentes tendencias.⁴ Esta especificación, propuesta por LNV en el contexto de pruebas de raíz unitaria, es bastante flexible en el sentido de que involucra como casos límite: uno en el que no existe cambio estructural, y otro, en el que hay un

³ Existen en la literatura otros enfoques, que prueban la hipótesis nula de raíz unitaria contra alternativas no lineales, bajo las cuales la serie de tiempo sigue un proceso globalmente estacionario, tales como las de los modelos threshold autoregressive (TAR) en Caner y Hansen (2001), smooth transition autoregressive (STAR) en Kapetanios, Snell y Shin (2003) y self-exciting threshold autoregressive (SETAR) en Kapetanios y Shin (2006). Incluso existen pruebas que combinan estas dos tipos de hipótesis alternativas como en Sollis (2004) donde se prueba la nula de raíz unitaria contra una alternativa que combina al modelo TAR con las transiciones suaves entre tendencias lineales deterministas. Finalmente, nótese que aquí usamos un enfoque univariado para determinar el orden de integración del producto. Aguiar y Gopinath (2007), por ejemplo, desde una perspectiva multivariada, discuten cómo la magnitud de la reacción del consumo a choques en el ingreso pueden utilizarse para identificar la persistencia de dichos choques.

⁴ LNV explican la idea de una transición suave en una serie de tiempo económica con el argumento de que en muchas situaciones los cambios en variables económicas agregadas, como el PIB, son influenciados por los cambios en el comportamiento de un número grande de agentes económicos; y es poco probable que todos los agentes individuales reaccionen simultáneamente a cierto estímulo económico: mientras que unos están listos para reaccionar instantáneamente otros son propensos a diferentes grados de inercia institucional (dependiendo, por ejemplo, de la eficiencia de los mercados en que éstos actúan), y por consecuencia reaccionarán en diferentes momentos del tiempo.

cambio y éste es instantáneo. Para esto utilizan la función logística de transición suave que estima endógenamente, de una forma no lineal, la ubicación y duración de la transición (cambio estructural).⁵

A pesar de sus virtudes, la función empleada por Greenaway, Leybourne y Sapsford (1997) y LNV posee la limitante de que el patrón de transición es monótono y simétrico alrededor del punto medio de la transición. Sollis, Leybourne y Newbold (1999) [SLN, en adelante], también dentro del contexto de pruebas de raíz unitaria, extienden tal especificación para modelar un cambio estructural en la tendencia de la serie permitiendo asimetría en la función logística de transición suave.⁶

Por su parte, Harvey y Mills (2002) desarrollan una extensión a la prueba de LNV al permitir como hipótesis alternativa a la de raíz unitaria, la de estacionariedad alrededor de una tendencia lineal con transiciones suaves dobles, especificadas por la función logística simétrica. Harvey y Mills (2002) también discuten la posibilidad de que las transiciones sean potencialmente asimétricas. Sin embargo, mencionan que aunque tal acercamiento resulta teóricamente deseable, el número de optimizaciones numéricas necesarias para poder obtener simulaciones de los valores críticos para la prueba, lo vuelve un problema poco tratable desde un punto de vista computacional, por lo que sólo presentan valores críticos para el caso de transiciones suaves dobles en el caso simétrico.

En este trabajo se extienden los planteamientos previamente discutidos para permitir, como alternativa a la hipótesis de raíz unitaria, cambios estructurales múltiples, modelados por medio de funciones de transición suave (tanto con la función logística simétrica como con la asimétrica) en la tendencia determinista de las series. En particular, se consideran especificaciones que permiten desde una hasta cuatro transiciones suaves. Hay que recalcar que nuestro planteamiento se diferencia del de Harvey y Mills (2002), quienes permiten transiciones suaves dobles, en el hecho de que aquí se impone la restricción de que las transiciones estimadas no se mezclen. Es decir, no se permite que existan transiciones suaves (cambios estructurales) en forma consecutiva o traslapada. Esto con la finalidad de que sea posible separar debidamente entre regímenes o tendencias lineales y períodos de transición hacia una nueva tendencia.⁷

Para México puede encontrarse evidencia de cambios estructurales en el PIB real y real per cápita en Noriega y Ramírez-Zamora (1999), Noriega y de Alba (2001), y Astorga, Bergés y Fitzgerald (2005), mientras que Ben-David y Papell (1998) sólo presentan evidencia para el producto per cápita, y Castillo y Díaz-Bautista (2002) y Noriega, Soria y Velázquez (2008) sólo para el producto real. La característica común de estos estudios es que presuponen que el cambio estructural en las variables es

⁵ Otros trabajos en los cuales se emplea la función logística de transición suave, en que la variable de transición es el tiempo, son: Leybourne y Mizen (1999), Harvey y Mills (2000), Greenaway, Leybourne y Sapsford (2000), Newbold, et al. (2001), Sollis (2004), Chang, Nieh, y Wei (2005), Vougas (2006), Vougas (2007), y Foster y Stehrer (2007).

⁶ Harvey y Mills (2004) plantean y desarrollan la prueba de estacionariedad contra la alternativa de raíz unitaria. Bajo la hipótesis nula se asume estacionariedad respecto a una tendencia lineal con una transición suave simétrica.

⁷ Los resultados empíricos que presentan Harvey y Mills (2002), resultan precisamente en este tipo de estimaciones, en las cuales los períodos de transición se traslapan, lo cual tiene la implicación de que una etapa de transición empiece antes de que haya terminado la anterior.

instantáneo, de tal manera que no existen antecedentes en la literatura de estimar cambios estructurales modelados como transiciones suaves para México. Por otro lado, estos trabajos contemplan diferentes períodos muestrales a lo largo del siglo XX, siendo 1921 el período más lejano, y ninguno incluye datos del presente siglo. Aquí se utiliza una base de datos que no ha sido utilizada antes para estudiar la trayectoria de largo plazo del producto y producto per cápita de México. A saber, se actualiza hasta 2008 la base de datos recientemente desarrollada por Barro y Ursúa (2008, 2009), con lo cual se obtiene información para el PIB real y real per cápita de México que abarca el período 1895–2008.

En síntesis, el uso de funciones de transición suave para estimar cambios estructurales múltiples, nos ayudará a distinguir entre etapas de crecimiento sostenido y fases de transición en la trayectoria del producto y producto per cápita de México. Nuestros resultados muestran que para el PIB real (PIB real per cápita), es posible rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria, a favor de la hipótesis alternativa que modela cuatro etapas de crecimiento estacionario alrededor de una tendencia determinista: 1895–1924, 1935–1952, 1956–1978, y 1989–2008 (1895–1908, 1916–1951, 1954–1978, y 1990–2008), separadas por tres épocas de transición, 1925–1934, 1953–1955, y 1979–1988 (1909–1915, 1952–1953, y 1979–1989). Esto es, parecen existir tres cambios estadísticamente significativos en la tasa de crecimiento de largo plazo para cada una de las series.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera. La segunda sección explica la metodología propuesta para estimar transiciones suaves múltiples, y probar la hipótesis de raíz unitaria en las series bajo estudio. En la tercera sección se presentan la base de datos utilizada, y se realiza un análisis exploratorio preliminar sobre la evolución de las variables. La presentación y discusión de las estimaciones se lleva a cabo en la sección cuatro, mientras que la discusión de las implicaciones de éstas para el crecimiento económico se aborda en la sección cinco. La última sección presenta las conclusiones.

II. Metodología

El procedimiento que se utiliza para estimar la especificación que permite cambios estructurales múltiples, modelados por funciones de transición suave, y realizar la prueba de raíz unitaria, sigue el espíritu de la metodología propuesta por LNV y SLN, quienes permiten la posibilidad de una transición suave entre tendencias lineales. Sin embargo, a diferencia de LNV y SLN, en este estudio se propone una extensión de estos métodos, al permitir la presencia de transiciones suaves múltiples.

Específicamente, se obtendrán resultados permitiendo desde una hasta cuatro transiciones suaves, tanto para el caso estrictamente simétrico (basados en LNV) como permitiendo la posibilidad de asimetría en las transiciones (basados en SLN). Así, se estiman ocho distintas especificaciones tanto para el PIB real como para el PIB real per cápita. La decisión de permitir un máximo de cuatro cambios estructurales (transiciones suaves) se justifica por motivos de carácter técnico, y es argumentada más abajo, donde se explica con detalle el procedimiento de estimación empleado en este estudio.

El método propuesto se efectúa en dos etapas: (i) Se estima el modelo que permite $m = 1, \dots, 4$ cambios estructurales (transiciones suaves) del cual se extraen los residuales,

y (ii) Se aplica una prueba tipo Dickey-Fuller (1979) Aumentada (ADF, por sus siglas en inglés) sobre estos residuales. Este procedimiento es aplicado al PIB real y PIB real per cápita, para $m = 1, \dots, 4$. A continuación se describe cada etapa.

Etapa 1. El modelo para estimar $m = 1, \dots, 4$ transiciones suaves entre regímenes utiliza el método de Mínimos Cuadrados No-Lineales (MCNL), y se especifica como sigue:

$$y_t = \alpha_0 + \beta_0 t + \sum_{j=1}^m \alpha_j G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j) + \sum_{j=1}^m \beta_j t G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j) + \vartheta_t. \quad (1)$$

En esta ecuación, y_t representa el logaritmo natural del PIB real o el logaritmo natural del PIB real per cápita, donde $t = 1, 2, \dots, T$, T es el tamaño de la muestra, y m es el número de cambios estructurales (transiciones suaves) a estimar. Nótese que la especificación en (1), permite m cambios simultáneos de nivel y pendiente. Con $m = 1$, esta ecuación se reduce al denominado Modelo C planteado por SLN que permite estimar un cambio tanto de nivel como de pendiente en una tendencia lineal. $G_t(\tau, \gamma, \theta)$ es la función logística generalizada, basada en una muestra de tamaño T , la cual controla la transición entre dos regímenes (tendencias lineales), y se define como (véase SLN)

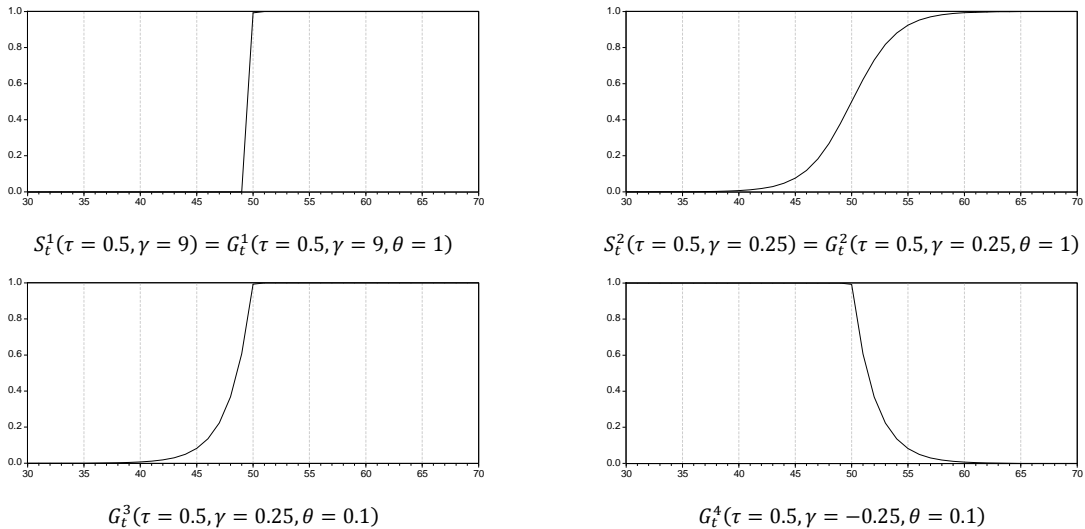
$$G_t(\tau, \gamma, \theta) = \left[\frac{1}{\{1 + \exp[-\gamma(t - \tau T)/\theta]\}^\theta} \right], \quad 0 < \theta \leq 1. \quad (2)$$

La interpretación de los parámetros de la función es como sigue. El parámetro γ gobierna la velocidad de transición. Con un γ pequeño, la función $G_t(\tau, \gamma, \theta)$ toma un largo período de tiempo en atravesar el intervalo $(0, 1)$, y en el caso límite de $\gamma = 0$, $G_t(\tau, \gamma, \theta) = 2^{-\theta}$ para todo t . Por el contrario, para valores grandes de γ , $G_t(\tau, \gamma, \theta)$ atraviesa el intervalo $(0, 1)$ rápidamente. Específicamente, conforme γ se acerca a $+\infty$ la función cambia de cero a uno instantáneamente, mientras que al acercarse a $-\infty$, cambia de uno a cero en forma instantánea. El parámetro θ introduce la posibilidad de asimetría en la función G_t , o sea, permite la posibilidad de que la velocidad de la transición sea distinta antes y después del punto de inflexión, para $0 < \theta < 1$. El caso de $\theta = 1$, corresponde a la función logística simétrica, S_t , introducida por LNV [$S_t(\tau, \gamma) = G_t(\tau, \gamma, 1)$], en el contexto de pruebas de raíz unitaria, donde el patrón de transición es monótono y simétrico alrededor del punto de inflexión. En el otro extremo, conforme θ se acerca a cero una asimetría extrema es generada. Finalmente, el parámetro τ se refiere a la ubicación del cambio estructural. En el caso de una transición simétrica, $\theta = 1$, la interpretación de τ es relativamente sencilla, puesto que τT es el punto de inflexión de $G_t(\tau, \gamma, 1)$, y también puede interpretarse como su punto medio, ya que $G_{\tau T}(\tau, \gamma, 1) = 0.5$. Sin embargo, con algún grado de asimetría ($0 < \theta < 1$), el punto de inflexión de $G_t(\tau, \gamma, \theta)$ está dado por $t = \tau T + \gamma^{-1} \theta \ln \theta$, lo cual hace que la interpretación del parámetro τ no sea tan directa.

En la Figura 2 se presenta gráficamente la función logística generalizada, con $T = 100$, dejando fijo al parámetro de ubicación $\tau = 0.5$, tal que el cambio estructural se encuentre alrededor de la mitad de la muestra. Con la finalidad de tener una mejor perspectiva visual de las distintas formas que puede adquirir la función $G_t(\tau, \gamma, \theta)$, en la

Figura 2 se realiza un acercamiento al eliminar los primeros y últimos treinta períodos. Primeramente obsérvese el caso de $S_t^1(\tau = 0.5, \gamma = 9) = G_t^1(\tau = 0.5, \gamma = 9, \theta = 1)$, que con una γ suficientemente grande ($\gamma = 9$) la función logística cambia de cero a uno en aproximadamente un período, tal que imita a una variable dicotómica tradicional, por lo que puede estimar un cambio estructural instantáneo. En contraparte, con un parámetro γ relativamente bajo ($\gamma = 0.25$), ejemplificado por $S_t^2 = G_t^2$ y G_t^3 , la función implica un largo período de transición. En el caso simétrico, $\theta = 1$, véase S_t^2 en la Figura 2, la función tarda más de 20 períodos en moverse de cero a uno, teniendo el punto de inflexión, τT , en el período 50. Por otra parte, en el caso en que $\theta < 1$, la naturaleza de la asimetría es determinada por el signo del parámetro γ . Para un $\gamma > 0$, la transición es más lenta al inicio que al final, como lo muestra G_t^3 en la Figura 2. Para estos valores de los parámetros, la transición entre regímenes es más lenta antes del punto de inflexión, $[\tau T + \gamma^{-1}\theta \ln\theta] = 49.1$, que después de éste. Por último, G_t^4 muestra la situación inversa, con $\gamma < 0$, en que la transición es más lenta hacia el final de la transición.

Figura 2. Función logística simétrica $S_t(\tau, \gamma)$ y generalizada $G_t(\tau, \gamma, \theta)$.



Como se acaba de ver, la estimación de las funciones de transición suave puede resultar en períodos de transición muy largos con un γ pequeño. Entonces, al momento de estimar simultáneamente m funciones de transición suave, una posibilidad es que las funciones estimadas impliquen períodos de transición muy largos que se traslapen o bien que sean consecutivos. Por tanto, es necesario introducir una variable, $h > 0$, que denota el tamaño de segmento mínimo permitido entre la ocurrencia de dos cambios estructurales en la estimación. Esta h desempeña el mismo papel que en el caso estándar en que los cambios estructurales son modelados con variables dicotómicas, evitando que existan dos períodos de forma consecutiva con cambio estructural.⁸ Así, a diferencia de

⁸ Para los resultados empíricos de este trabajo, utilizamos $h = 5$. Otros trabajos que utilizan este valor (o valores similares) son Bai y Perron (1998), Noriega y Ramírez-Zamora (1999), Ben-David y Papell (2000), Bai y Perron (2003), Kapetanios (2005), y Noriega, Soria y Velázquez (2008).

Harvey y Mills (2002), quienes desarrollan una prueba de raíz unitaria extendiendo el procedimiento de LNV permitiendo transiciones suaves dobles, aquí imponemos la restricción de que las transiciones estén separadas por un segmento mínimo de tamaño h . De esta manera, la estimación de la tendencia determinista de las series puede ser interpretada como una tendencia lineal quebrada o separada por cambios estructurales graduales (transiciones suaves) o instantáneos, dependiendo del valor final que tomen los parámetros de la función logística.

Para poder implementar esta restricción, es necesario identificar adecuadamente el período en que inicia y termina cada una de las transiciones. Partimos de que en general es posible encontrar el período en que la función logística generalizada toma algún valor predeterminado entre cero y uno, al dejar fijo el valor de la función, y despejar para t .⁹ Esto es, déjese $G_t(\tau, \gamma, \theta) = \bar{G}$, con $0 < \bar{G} < 1$, entonces de la ecuación (2) tenemos, $\bar{G} = [1/\{1 + \exp[-\gamma(t - \tau T)/\theta]\}^\theta]$. Tras algunas manipulaciones algebraicas es posible obtener una expresión que nos dé el período en que la función logística toma el valor \bar{G} . Esto es,

$$t = \tau T - \frac{\theta}{\gamma} \ln \left[\frac{1 - \bar{G}^{1/\theta}}{\bar{G}^{1/\theta}} \right]. \quad (3)$$

Sean Pi y Pf los períodos en que inicia y termina, respectivamente, la transición. Dados los valores de los parámetros γ , τ y θ , es posible calcular Pi y Pf de acuerdo a la ecuación (3), fijando un valor predeterminado para \bar{G} . Por ejemplo, considérese la función $G_t^3(\tau = 0.5, \gamma = 0.25, \theta = 0.1)$ ilustrada en la Figura 2. Entonces, dado que $\gamma > 0$ sabemos que la función se mueve de cero a uno, por lo cual podríamos considerar, por ejemplo, que la transición inicia a partir del período en que $G_t^3 = 0.01$, y finaliza donde $G_t^3 = 0.99$. Así, se tendría que $Pi(\bar{G} = 0.01) = 31.6$, y $Pf(\bar{G} = 0.99) = 50.9$, con lo cual tenemos una transición entre regímenes que dura aproximadamente $Pf - Pi = 19.3$ períodos. Nótese que con $\gamma < 0$, la función logística se mueve de uno a cero, por ejemplo G_t^4 en la Figura 2, por lo cual el cálculo de los períodos en que inicia y termina la transición debe efectuarse cambiando los valores de \bar{G} entre Pi y Pf , esto es, $Pi(\bar{G} = 0.99) = 49.1$ y $Pf(\bar{G} = 0.01) = 68.4$. De esta manera puede calcularse la duración de transición, y conocer los períodos en que ésta principia y culmina. En este trabajo, al igual que en los ejemplos mencionados, se deja que \bar{G} tome los valores de 0.01 y 0.99, con lo cual podemos tener el cálculo de aproximadamente el 98% de la transición.¹⁰

Una vez definida la forma en que se efectúa el cálculo de los períodos de inicio y fin de una transición, volvemos a la cuestión de estimar un modelo que permita m transiciones suaves separadas por un segmento mínimo, denotado por h . Definamos como Pi_j y Pf_j , a los períodos en que inicia y termina la j -ésima transición, respectivamente. Entonces, se busca minimizar la suma de residuales al cuadrado de la ecuación (1), sujeta a que

⁹ Por sencillez en la exposición, este análisis se presenta sólo para el caso de la función logística generalizada, G_{tj} , pero también es válido para el caso de la función simétrica, S_{tj} .

¹⁰ Por ejemplo, Newbold, et al. (2001) en su análisis consideran una duración aproximadamente del 90% de la transición.

$Pf_{j-1} + h < Pi_j$, para todo $j = 2, \dots, m$. Esto es, se buscan los parámetros que resuelven el siguiente problema¹¹

$$\min \sum_{t=1}^T \hat{\vartheta}_t^2 = \min \sum_{t=1}^T [y_t - \{\hat{\alpha}_0 + \hat{\beta}_0 t + \sum_{j=1}^m \hat{\alpha}_j G_{tj}(\hat{\tau}_j, \hat{\gamma}_j, \hat{\theta}_j) + \sum_{j=1}^m \hat{\beta}_j t G_{tj}(\hat{\tau}_j, \hat{\gamma}_j, \hat{\theta}_j)\}]^2. \quad (4)$$

$$s. a. \quad Pf_{j-1} + h < Pi_j, \quad j = 2, \dots, m.$$

Nótese que Pi_j y Pf_{j-1} dependen de los parámetros estimados de la correspondiente función logística, y están dados por las siguientes expresiones, que a su vez están basadas en (3):

$$Pi_j = \begin{cases} \hat{\tau}_j T - \frac{\hat{\theta}_j}{\hat{\gamma}_j} \ln \left[\frac{1 - (0.01)^{1/\hat{\theta}_j}}{(0.01)^{1/\hat{\theta}_j}} \right], & \hat{\gamma}_j > 0 \\ \hat{\tau}_j T - \frac{\hat{\theta}_j}{\hat{\gamma}_j} \ln \left[\frac{1 - (0.99)^{1/\hat{\theta}_j}}{(0.99)^{1/\hat{\theta}_j}} \right], & \hat{\gamma}_j < 0 \end{cases} \quad Pf_{j-1} = \begin{cases} \hat{\tau}_j T - \frac{\hat{\theta}_j}{\hat{\gamma}_j} \ln \left[\frac{1 - (0.99)^{1/\hat{\theta}_j}}{(0.99)^{1/\hat{\theta}_j}} \right], & \hat{\gamma}_j > 0 \\ \hat{\tau}_j T - \frac{\hat{\theta}_j}{\hat{\gamma}_j} \ln \left[\frac{1 - (0.01)^{1/\hat{\theta}_j}}{(0.01)^{1/\hat{\theta}_j}} \right], & \hat{\gamma}_j < 0 \end{cases}$$

En síntesis, en esta Etapa 1, tanto para el PIB real como para el PIB real per cápita se estima la tendencia determinista modelada como una tendencia lineal que permite hasta m cambios estructurales (transiciones suaves), para $m = 1, 2, 3$ y 4.

Como se estableció anteriormente, dado que la especificación de la ecuación (4), para $m \geq 1$, es no lineal en los parámetros $(\tau_j, \gamma_j, \theta_j)$, $j = 1, \dots, m$, es necesario emplear la técnica de Mínimos Cuadrados No-Lineales para obtener una estimación de éstos. En este caso, la función objetivo (suma de residuales al cuadrado) además del mínimo global puede tener mínimos locales, por lo cual es necesario probar un conjunto amplio de valores iniciales con la finalidad de asegurar que se ha alcanzado el mínimo global. Entonces, para la estimación de la ecuación (4) se considera un conjunto amplio de valores iniciales para los parámetros $(\tau_j, \gamma_j, \theta_j)$, $j = 1, \dots, m$, denotados como $(\tau_j^0, \gamma_j^0, \theta_j^0)$, mientras que para el resto de parámetros, α_i y β_i , $i = 0, \dots, m$, dada su cualidad lineal, podemos emplear como valores iniciales sus correspondientes estimadores de mínimos cuadrados ordinarios sujetos a $G_{tj}^0(\tau_j^0, \gamma_j^0, \theta_j^0)$. La rutina para la estimación de la ecuación (4) es implementada en EViews 7, que en la estimación por MCNL usa el algoritmo (iterativo) de optimización Gauss-Newton (también conocido como el algoritmo de Berndt, Hall, Hall y Hausman).¹²

El conjunto de valores iniciales que se prueba para cada m , no necesariamente es el mismo debido a dos razones. La primera se debe a la implicación de los valores iniciales seleccionados. Por ejemplo, con un $m = 1$, es posible probar con valores iniciales de la

¹¹ Por sencillez en la exposición, el problema de optimización de la ecuación (4) se presenta sólo para el caso de la función logística generalizada, G_{tj} . El mismo problema se debe resolver cuando se utiliza la función simétrica, S_{tj} .

¹² Se deja el máximo número de iteraciones posibles en 5000 para que el resultado converja; el criterio de convergencia es que la norma de la variación de los parámetros relativa a la norma de los valores de los parámetros de la última iteración sea inferior a 0.001, que son los valores predeterminados en Eviews 7.

velocidad de transición muy lenta, digamos $\gamma^0 = 0.1$, que implica una transición de aproximadamente 60 períodos. Sin embargo, para el caso de $m = 4$ no tiene mucho sentido probar estos valores iniciales ya que implicarían que las cuatro transiciones modeladas se podrían traslapar dado el tamaño de la muestra. Por tanto, conforme m se incrementa, se reduce el conjunto de valores iniciales considerados para la velocidad de transición, γ_j . La segunda razón es producto de los límites de la capacidad computacional. Conforme el número de transiciones a estimar crece, el conjunto de valores iniciales también se hace más grande, al punto en que la memoria virtual de la computadora es agotada.¹³

Considérese, por ejemplo, el siguiente conjunto de valores iniciales utilizado en la sección cuatro para estimar el modelo con $m = 4$ transiciones simétricas. Para cada función logística se prueban diversos valores iniciales para γ_j y τ_j . Específicamente, se deja que la velocidad de transición tome los siguientes valores $\gamma_j^0 = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$, mientras que para el parámetro de ubicación se utilizaron los valores $\tau_j^0 = [.08, .16, .24, .32, .39, .47, .55, .63, .71, .79, .87, .95]$, lo que implica que cada 9 períodos se ubica el punto medio de las transiciones. Así, se tiene un total de $\binom{12}{4} * 6^4 = 641,520$ combinaciones de valores iniciales. Al aumentar el número de transiciones a $m = 5$, utilizando el mismo conjunto de valores iniciales para γ_j y τ_j que en el caso $m = 4$, encontramos que la rutina agota la memoria disponible de la computadora antes de obtener los resultados. Esto se debe a que en el caso $m = 5$, deben de procesarse $\binom{12}{5} * 6^5 = 6,158,592$ de combinaciones.¹⁴ Aunque reducir el conjunto de valores iniciales podría en principio resolver este problema, en la práctica observamos que, para el caso $m = 5$, los resultados se vuelven extremadamente sensibles a los valores iniciales escogidos, de tal forma que no es posible asegurar que se ha alcanzado el mínimo global de la ecuación (4). Esto no ocurre para las estimaciones con $m = 1, 2, 3$ y 4 reportadas en la sección cuatro, donde los resultados son robustos a varios conjuntos de valores iniciales. Debido a este problema técnico es que se decide dejar en cuatro el número máximo de cambios estructurales a estimar.

Etapa 2. Se efectúa una regresión tipo ADF y se calcula el estadístico t asociado con ρ , el parámetro autoregresivo en la regresión:

$$\Delta \hat{\vartheta}_t = \rho \hat{\vartheta}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta \hat{\vartheta}_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (5)$$

donde $\hat{\vartheta}_t$ son los residuales calculados de la estimación de la ecuación (4).

Así, en esta segunda etapa se extraen los residuales de la especificación estimada en la Etapa 1, y se utilizan para estimar por MCO la ecuación (5), para obtener el estadístico t del parámetro autoregresivo ρ , denotado como \hat{t}_ρ , para probar la hipótesis nula de raíz unitaria. Para llevar a cabo la prueba de raíz unitaria, siguiendo a Rudebush (1992) y

¹³ La rutina es ejecutada en una computadora con un procesador Intel(R) Core(TM)2 CPU 6400 de 2.13 GHz y 1.99 GB RAM.

¹⁴ Aunado a esto, además del número de funciones de transición a estimar, el costo computacional también depende de la rapidez de convergencia de la estimación no lineal de los parámetros.

Diebold y Senhadji (1996), simulamos la distribución y obtenemos la densidad empírica del estadístico \hat{t}_ρ , tanto bajo la hipótesis de que el verdadero modelo es Estacionario en Tendencia con m transiciones [$I(0) + m$ cambios, denotado como ET_m], como bajo la hipótesis de que el verdadero modelo es Estacionario en Diferencias [$I(1)$, denotado como ED]. Una vez simuladas las dos distribuciones, se compara la posición en que el estimador muestral del estadístico t para probar la hipótesis de raíz unitaria, cae relativo a las densidades empíricas simuladas (ET_m y ED). Específicamente, las hipótesis que se consideran son:¹⁵

$$ET_m: \quad y_t = \alpha_0 + \beta_0 t + \sum_{j=1}^m \alpha_j G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j) + \sum_{j=1}^m \beta_j t G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j) + \vartheta_t, \quad (6)$$

$$\text{donde } \vartheta_t = \rho \vartheta_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta \vartheta_{t-i} + \varepsilon_t, \quad \rho < 1 \quad (6.1)$$

$$ED: \quad \Delta y_t = \kappa + \sum_{i=1}^k \varphi_i \Delta y_{t-i} + \eta_t \quad (7)$$

Bajo el modelo ET_m , y_t fluctúa estacionariamente alrededor de una tendencia lineal determinista perturbada por m cambios estructurales (transiciones suaves), mientras que bajo el modelo ED , y_t sigue un proceso de raíz unitaria con deriva (o constante).¹⁶

Para discriminar entre los modelos ET_m y ED , para cada valor de $m = 1, 2, 3, 4$, se simula la distribución de \hat{t}_ρ bajo las hipótesis de que el verdadero modelo es ET_m y ED ; en ambos casos las distribuciones son estimadas de los datos, utilizando el método de remuestreo.

Para simular la distribución del estadístico \hat{t}_ρ bajo el modelo ET_m se siguen los siguientes pasos.

A. Estimación de los parámetros para el modelo ET_m .

A.1. Se estima la ecuación (6) por mínimos cuadrados no lineales, y se calcula la serie ajustada, \hat{y}_t y los residuales de la regresión, $\hat{\vartheta}_t$.

A.2. Utilizando $\hat{\vartheta}_t$ se estima (5) por MCO, se obtienen los parámetros estimados ($\hat{\rho}$ y $\hat{\delta}_i$) y se calculan los residuales de esta regresión, $\hat{\varepsilon}_t$.

B. Simulación de la densidad empírica.

B.1. Usando las primeras $k + 1$ observaciones de $\hat{\vartheta}_t$ como condiciones iniciales, los parámetros estimados en el paso (A.2.), y con residuales escogidos aleatoriamente con remplazo [$\hat{\varepsilon}_t$, de la ecuación (5)] se genera una muestra de $\hat{\vartheta}_t$ como en la ecuación (6.1), que llamaremos $\hat{\vartheta}_t^+$.

¹⁵ El modelo ET_m se presenta para la función logística generalizada G_{tj} . Para el caso de la función simétrica, simplemente se sustituye G_{tj} por S_{tj} .

¹⁶ Note que el estadístico \hat{t}_ρ estimado a partir de (5) es invariante respecto a componentes deterministas, por lo que la inclusión o no de una constante en (7) no afecta el resultado de la inferencia. De hecho, los resultados que se presentan más adelante en el Cuadro 2, respecto a la inferencia sobre la presencia de una raíz unitaria, no cambian si eliminamos de (7) el parámetro κ . Sobre este tema véase Perron (1989, p.1393).

B.2. Se genera una muestra de y_t como: $y_t^+ = \hat{y}_t + \hat{v}_t^+$.

B.3. Utilizando la serie generada y_t^+ , se estima por MCO la ecuación (6) (no se estima por MCNL, pues ya se conoce la localización y duración de las transiciones), y se calculan los residuales de esta regresión.

B.4. Sobre estos residuales se realiza la regresión tipo ADF, ecuación (5), y se obtiene el valor del estadístico de prueba \hat{t}_ρ , para probar la hipótesis nula $\rho = 0$.

B.5. Los pasos B.1-B.4 se repiten 10,000 veces, y los correspondientes 10,000 valores del estadístico de prueba \hat{t}_ρ son usados para construir la función de densidad empírica de este estadístico bajo el modelo ET_m , llamada $f_{ET_m}(\hat{t}_\rho)$, $m = 1, 2, 3, 4$.

La simulación de la distribución del estadístico \hat{t}_ρ bajo el modelo ED sigue los siguientes pasos.

C. Estimación de los parámetros para el modelo ED .

C.1. Se estima la ecuación (7) por MCO, se obtienen los parámetros estimados ($\hat{\kappa}$ y $\hat{\varphi}_i$) y se calculan los residuales de esta regresión, $\hat{\eta}_t$.

D. Simulación de la densidad empírica.

D.1. Usando las primeras $k + 1$ observaciones de y_t como condiciones iniciales, los parámetros estimados en el paso C.1, y utilizando residuales escogidos aleatoriamente con remplazo [$\hat{\eta}_t$ de la ecuación (7)] se genera una muestra de y_t con base en la ecuación (7), que llamaremos y_t^* .

D.2. Se estima por MCO la ecuación (6) utilizando la serie y_t^* (no se estima por mínimos cuadrados no lineales, pues ya se conoce la localización y duración de las transiciones), y se calculan los residuales de esta regresión.

D.3. Sobre estos residuales se realiza la regresión tipo ADF, ecuación (5), y se obtiene el valor del estadístico de prueba \hat{t}_ρ , para probar la hipótesis nula $\rho = 0$.

D.4. Los pasos de D.1-D.3 se repiten 10,000 veces, y los correspondientes 10,000 valores del estadístico de prueba \hat{t}_ρ son usados para construir la función de densidad empírica de este estadístico bajo el modelo ED , llamada $f_{ED}(\hat{t}_\rho)$.

Por último, se obtiene la posición donde el estimador muestral del estadístico t ($\hat{t}_{\rho \text{ muestral}}$) para probar la raíz unitaria, cae relativo a las densidades empíricas simuladas. Estas posiciones son calculadas como la masa de probabilidad a la izquierda de $\hat{t}_{\rho \text{ muestral}}$, denotadas como $p_{ET_m} \equiv Pr[\hat{t}_\rho \leq \hat{t}_{\rho \text{ muestral}} | f_{ET_m}(\hat{t}_\rho)]$, y $p_{ED} \equiv Pr[\hat{t}_\rho \leq \hat{t}_{\rho \text{ muestral}} | f_{ED}(\hat{t}_\rho)]$. Se concluye a favor de alguna especificación ET_m cuando se tiene que $p_{ED} \leq 0.10$ y $0.10 < p_{ET_m} < 0.90$.¹⁷

¹⁷ Este procedimiento se utiliza también en Noriega, Soria, y Velázquez (2008).

III. Datos

Las series de datos anuales del PIB real y real per cápita son tomadas de Barro y Ursúa (2008, 2009), quienes con base en las tasas de crecimiento de los cinco mayores sectores de la economía (agricultura, minería, energía, transformación y servicios), construyen la información para el período de la Revolución Mexicana entre 1911 y 1920. Para este estudio, se actualiza esta base de datos (originalmente para 1895-2006) hasta el año 2008. En el Apéndice 1 se muestran los detalles de la actualización.

En la Figura 3 se presentan gráficamente los datos tanto en logaritmos (panel a) como en primeras diferencias (panel b). Como se puede apreciar de esta Figura (en particular del panel b), las series muestran al menos 3 patrones de crecimiento diferenciados. En el primero, que comprende desde el comienzo de la muestra hasta principios de 1930, se observa un patrón de crecimiento muy errático en ambas series, alternando entre tasas de crecimiento positivas y negativas. El segundo período, que dura aproximadamente 50 años, abarca de mediados de la década de los treinta hasta principios de la década de los 1980, y es caracterizado por tasas de crecimiento invariablemente positivas, que en algunos años incluso llegaron a alcanzar tasas superiores al 10% en el caso del PIB real, y presenta una tasa promedio de aproximadamente 6% y 3%, para el PIB real y real per cápita, respectivamente. Finalmente, de principios de los 1980s y hasta el final de la muestra se observa un patrón de crecimiento bajo, afectado principalmente por el estancamiento de la mayor parte de los ochenta, la crisis de 1994-95, y la desaceleración de principios de la década del 2000. En estos últimos años, en promedio se observan tasas de crecimiento para el PIB real y real per cápita de 3% y 1%, respectivamente.

Uno de los objetivos del presente trabajo es precisamente darle mayor precisión a la identificación de los posible patrones de crecimiento de las series del producto y producto per cápita de México a lo largo de la muestra.

IV. Resultados Empíricos

Como punto de partida para el análisis empírico, comenzamos aplicando pruebas de la hipótesis nula de raíz unitaria, que se contrasta contra la hipótesis alternativa de que las series siguen una tendencia lineal sin cambios estructurales. Estas pruebas servirán como ‘benchmark’, contra los cuales compararemos los resultados (reportados más adelante) de la aplicación de la prueba de raíz unitaria permitiendo bajo la hipótesis alternativa que la tendencia se modele utilizando cambios estructurales múltiples en la forma de transiciones suaves.

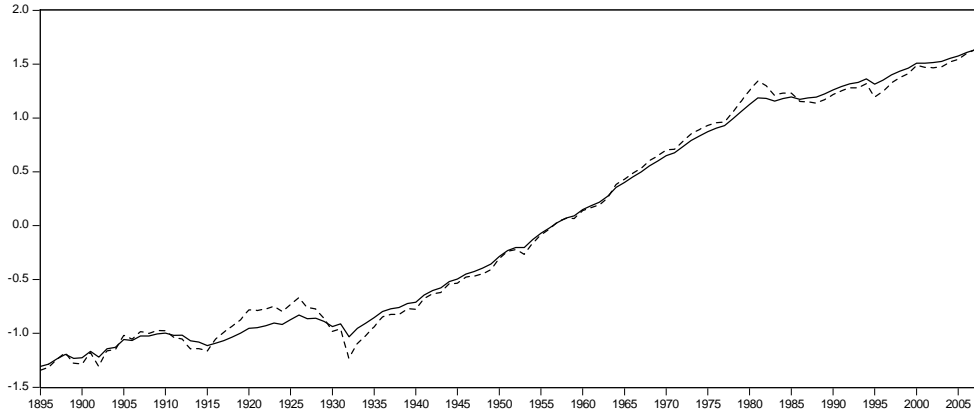
Pruebas de raíz unitaria sin cambios estructurales

Se presentan los resultados de las pruebas de Ng y Perron (2001) que tienen la hipótesis nula de una raíz unitaria (los nombres de estas pruebas son MZa , MZt , MSB y MPT). Como es sugerido en Perron y Qu (2007), la prueba se realiza eligiendo el número de rezago óptimo a incluir usando el criterio modificado de Akaike (MAIC), ya que al

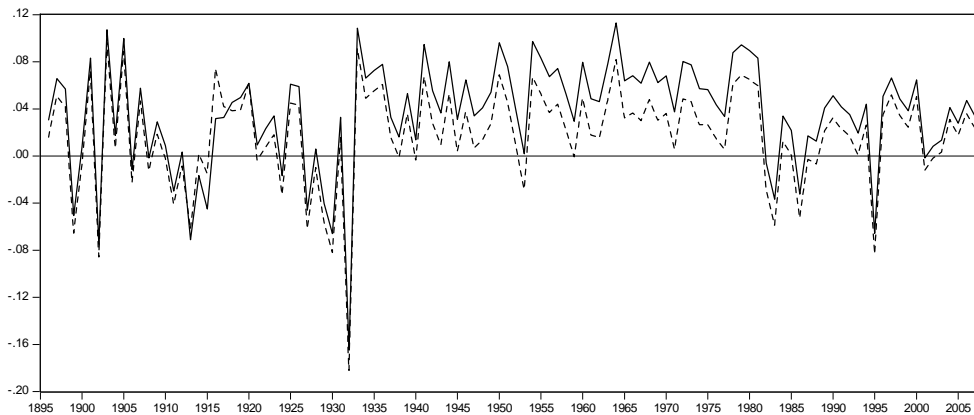
emplear este criterio de información modificado se mejora el poder de la prueba en muestras finitas.

Figura 3. PIB real y PIB real per cápita de México, 1895–2008.

- a) PIB real y PIB real per cápita (datos anuales normalizados en logaritmos naturales)
 - ln PIB real - - ln PIB real per cápita



- b) Crecimiento PIB real y PIB real per cápita (primeras diferencias logarítmicas)
 - Crec. PIB real - - Crec. PIB real per cápita



El Cuadro 1 presenta los resultados de la aplicación de las pruebas de raíz unitaria de Ng-Perron (utilizando el MAIC), en el contexto de la metodología propuesta por Pantula (1989), para determinar el número de raíces unitarias presentes en cada serie. Ésta consiste de un procedimiento secuencial asintóticamente consistente para probar la hipótesis nula de H_r : exactamente r raíces unitarias, contra la alternativa de H_{r-1} : exactamente $(r - 1)$ raíces unitarias, con $r = n, \dots, d + 1, d$, donde $n(\geq d)$ es un número máximo de raíces unitarias que se asume que está presente en los datos, y d es el verdadero número de raíces unitarias en los datos. Pantula (1989) sugiere que la

hipótesis debe de ser probada en forma secuencial en el orden H_n, H_{n-1}, \dots, H_d .¹⁸ Aquí asumimos que el máximo número posible de raíces unitarias presentes en los datos es de dos. Basados en los resultados de Pantula (1989), las hipótesis deben de ser probadas secuencialmente en el orden H_2 , y H_1 . El componente determinista se modifica según sea el número de raíces que están siendo probadas. Así, en el caso H_2 contra H_1 , se incluye sólo intercepto, mientras que en el caso H_1 contra H_0 se incluye intercepto y pendiente de la tendencia lineal.¹⁹ Estos resultados son resumidos en el Cuadro 1, en dónde se deja en 5 el rezago máximo empleado, k_{max} .

Cuadro 1. Resultados de las pruebas de Ng-Perron
(Muestra: 1895-2008, $T = 114$, $k_{max} = 5$);

	H_0 :	k^*	MZa	MZt	MSB	MPT
PIB real	I(2)	2	-17.669***	-2.965***	0.168***	1.414***
	I(1)	2	-2.504	-1.108	0.442	35.959
PIB real per cápita	I(2)	2	-21.585***	-3.281***	0.152***	1.149***
	I(1)	2	-5.207	-1.608	0.309	17.479

***, ** y * significan rechazo de la hipótesis nula al nivel de 1%, 5% y 10%, respectivamente. k^* elegido de acuerdo a Perron y Qu (2007).

Para ambas series la inferencia que se desprende de estas pruebas es la misma: se rechaza la presencia de dos raíces unitarias (al nivel de 1%), y no se rechaza la presencia de una raíz unitaria. De esta forma, podemos concluir que las series del PIB real y del PIB real per cápita son no estacionarias y a lo más tienen una raíz unitaria. Esta es la conclusión a la que se llegaría cuando la hipótesis alternativa es modelada como una simple tendencia lineal. Sin embargo, como mostramos más abajo, las conclusiones cambian diametralmente cuando permitimos la presencia de posibles cambios estructurales múltiples en la función de tendencia determinista para ambas series.

Raíces unitarias contra transiciones suaves múltiples

En este apartado se presentan los resultados de las pruebas de raíz unitaria cuando permitimos la estimación de transiciones suaves múltiples para el PIB real y PIB real per cápita de México.

En el Cuadro 2 se resumen los principales resultados, que nos permiten discriminar entre los modelos estacionario en diferencias (ED) y estacionario en tendencia con $m = 0, 1, 2, 3$ y 4 transiciones suaves (ET_m). La primera columna indica el número de transiciones permitidas en la función de tendencia lineal, m . La columna dos muestra el rezago elegido, k^* , en la estimación de la ecuación (5). Siguiendo a Ng y Perron (1995), el rezago óptimo se elige de acuerdo a su significancia. Específicamente, se empieza por fijar un número máximo arbitrario de rezagos, k_{max} ; cuando el coeficiente estimado del k_{max} -ésimo rezago es no significativo, se estima un modelo con $k_{max} - 1$ rezagos; si el

¹⁸ Este procedimiento está basado en los resultados de Dickey y Pantula (1987), en donde se observa empíricamente que la probabilidad de rechazar la hipótesis nula de una raíz unitaria (H_1) contra la alternativa de estacionariedad (H_0) se incrementa con el número de raíces unitarias presentes.

¹⁹ Mediante una inspección gráfica y estimaciones previas se verificó si las pruebas deberían incluir como componente determinista constante o constante y tendencia.

último vuelve a ser no significativo, se estima un nuevo modelo con $k_{max} - 2$ rezagos. Así se continúa hasta encontrar el primer rezago significativo, k^* . Como en la sección anterior se deja $k_{max} = 5$.²⁰ En la tercera columna, se presenta el estadístico t para probar la hipótesis nula de raíz unitaria, $\hat{t}_{\rho\text{ muestral}}$. La masa de probabilidad a la izquierda de $\hat{t}_{\rho\text{ muestral}}$, bajo cada una de las especificaciones simuladas, $p_{ET_m}|ET_m$ y $p_{ED}|ED$, es presentada en las últimas dos columnas del cuadro. Estos resultados son ordenados en seis bloques. Primeramente se muestran los resultados para el PIB real con $m = 0$ (panel a), después cuando se permite la asimetría en las funciones de transición (panel b), y para finalizar cuando se usan las funciones simétricas para estimar las transiciones (panel c). Similarmente los paneles (d) a (f) resumen los resultados para el PIB real per cápita.

Cuadro 2. Modelos *ED* contra modelos *ET* que permiten hasta 4 transiciones suaves, simétricas y asimétricas

	m	k^*	$\hat{t}_{\rho\text{ muestral}}$	p_{ED}	p_{ET_m}
PIB real					
a)	0	2	-1.933	0.637	0.782
b) Especificación de las transiciones que permite asimetría: $G_t(\tau, \gamma, \theta)$					
	1	3	-4.438	0.040	0.769
	2	3	-5.692	0.011	0.763
	3	0	-5.963	0.016	0.947
	4	3	-6.651	0.012	0.821
c) Especificación simétrica de las transiciones: $S_t(\tau, \gamma) = G_t(\tau, \gamma, \theta = 1)$					
	1	3	-4.477	0.041	0.748
	2	3	-4.973	0.095	0.835
	3	3	-5.923	0.018	0.812
	4	3	-8.153	0.000	0.687
PIB real per cápita					
d)	0	2	-2.079	0.562	0.800
e) Especificación de las transiciones que permite asimetría: $G_t(\tau, \gamma, \theta)$					
	1	3	-4.258	0.065	0.808
	2	2	-4.734	0.095	0.877
	3	0	-6.563	0.003	0.893
	4	0	-6.553	0.009	0.937
f) Especificación simétrica de las transiciones: $S_t(\tau, \gamma) = G_t(\tau, \gamma, \theta = 1)$					
	1	3	-4.388	0.049	0.778
	2	2	-4.774	0.100	0.872
	3	0	-6.801	0.001	0.889
	4	3	-7.878	0.000	0.708

En el panel a) del Cuadro 2 se complementa la evidencia presentada en el Cuadro 1: en el caso en que la hipótesis alternativa se modela como una tendencia lineal, no se puede discriminar entre las dos hipótesis puesto que no se puede rechazar la nula, $p_{ED} > 0.10$, ni la alternativa, $0.10 < p_{ET_0} < 0.90$. Al mismo tiempo, el Cuadro 2 muestra que para el PIB real, el modelo *ED* (de raíz unitaria) es rechazado ($p_{ED} < 0.10$) para cualquier número positivo de transiciones estimadas, m , y sin importar si las transiciones son modeladas de forma simétrica o permitiendo asimetría. De hecho la especificación que permite cuatro transiciones (cambios estructurales) modeladas con la función simétrica, es la que rechaza el modelo *ED* con más fuerza ($p_{ED} = 0.000$). Adicionalmente, para este mismo modelo, p_{ET_4} es la más cercana a la mitad de la distribución empírica.

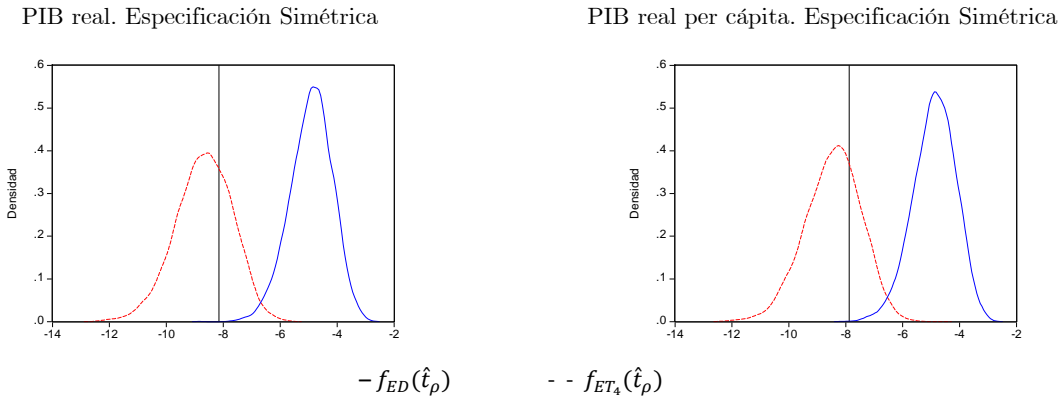
²⁰ Ninguno de los resultados en el Cuadro 2 se modifica, si en vez de elegir el rezago óptimo, k^* , de acuerdo al nivel de significancia de 10%, se elige utilizando algunos de los criterios de información de Akaike, Schwarz o Hannan-Quinn.

En la parte izquierda de la Figura 4 se muestran gráficamente las distribuciones empíricas para esta especificación, junto con el correspondiente valor estimado del estadístico de prueba $\hat{t}_{\rho \text{ muestral}} = -8.153$. Como se puede apreciar, el valor del estadístico, $\hat{t}_{\rho \text{ muestral}}$ se encuentra muy cerca de la mitad de la distribución $f_{ET_4}(\hat{t}_{\rho})$, mientras que éste se encuentra muy alejado en la cola izquierda de la distribución muestral bajo la hipótesis de raíz unitaria, que corresponde al modelo *ED*. Por tanto, estos resultados sugieren que se puede rechazar la hipótesis de una raíz unitaria para el PIB real, a favor de un modelo *Estacionario en Tendencias* con 4 cambios estructurales modelados como transiciones suaves simétricas.

Los resultados para el PIB real per cápita son prácticamente iguales, por lo que omitimos su discusión. La representación gráfica de estos resultados se muestra en la parte derecha de la Figura 4. Al igual que en el caso del PIB real, la especificación con cuatro transiciones simétricas es la que rechaza con más fuerza el modelo *ED*, y en la cual p_{ET_4} es la más cercana a la mitad de la distribución empírica.

La Figura 4 muestra gráficamente como, para ambas variables, es mucho más probable que el valor muestral del estadístico $\hat{t}_{\rho \text{ muestral}}$ haya sido generado por un proceso *Estacionario en Tendencias* con 4 transiciones suaves, que por un proceso de raíz unitaria.

Figura 4. Funciones de distribución empírica modelos ET_4 y ED , $m = 4$.



En el Cuadro 3 se presentan los valores estimados de los parámetros de las funciones de transición para las ocho diferentes especificaciones consideradas para cada serie. La columna uno hace referencia a la variable considerada. La segunda columna indica el número de funciones de transición introducidas en la ecuación (1), mientras que la tercera columna enumera y distingue entre la función logística de transición simétrica $[S_{tj}(\tau_j, \gamma_j) = G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j = 1)]$ y la función logística generalizada que permite asimetría $[G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j)]$. Los valores estimados de las funciones de transición se presentan de la cuarta a la sexta columna. Las últimas tres columnas muestran las fechas de los períodos

(redondeados) de inicio, inflexión y finalización de la transición implicada por las funciones de transición estimadas, calculados como se explica en la sección II.²¹

Cuadro 3. Estimación de las funciones de transición
(Muestra: 1895-2008, $T = 114$)

	m		$G_{tj}(\hat{\tau}_j, \hat{\gamma}_j, \hat{\theta}_j)$			Transición implicada		
			$\hat{\gamma}_j$	$\hat{\tau}_j$	$\hat{\theta}_j$	Pi	Inflexión	Pf
PIB real	1	G_{t1}	-0.013	0.458 ***	0.079	1920	1931	2462
	2	G_{t1}	0.093	0.349 ***	0.619	1884	1937	1961
		G_{t2}	-0.130	0.763 ***	0.006	1981	1981	2016
	3	G_{t1}	0.511	0.170 ***	0.219	1904	1914	1915
		G_{t2}	-0.149 ***	0.290 ***	0.040	1927	1926	1958
		G_{t3}	-0.082	0.774 ***	0.004	1982	1982	2038
	4	G_{t1}	0.626	0.170 ***	0.330	1906	1914	1915
		G_{t2}	0.697	0.320 ***	0.432	1924	1931	1933
		G_{t3}	6.236	0.486	0.575	1949	1950	1950
		G_{t4}	-1.085	0.770 ***	0.234	1981	1982	1985
	1	S_{t1}	0.105	0.565 ***	-	1915	1958	2002
	2	S_{t1}	1.350 **	0.321 ***	-	1927	1931	1934
		S_{t2}	0.219 ***	0.684 ***	-	1951	1972	1993
	3	S_{t1}	1.087 ***	0.163 ***	-	1908	1913	1917
		S_{t2}	0.836 ***	0.313 ***	-	1924	1930	1935
		S_{t3}	0.224 ***	0.686 ***	-	1952	1972	1993
4	S_{t1}	1.123 ***	0.162 ***	-	1908	1912	1917	
	S_{t2}	0.943 ***	0.312 ***	-	1925	1930	1934	
	S_{t3}	4.844 ***	0.522 ***	-	1953	1954	1954	
	S_{t4}	1.064 ***	0.782 ***	-	1979	1983	1987	
PIB real per cápita	1	G_{t1}	-0.001	0.452 ***	0.004	1925	1926	8349
	2	G_{t1}	-0.878	0.313 ***	0.745	1926	1929	1935
		G_{t2}	-0.124	0.771 ***	0.005	1982	1982	2019
	3	G_{t1}	0.473	0.167 ***	0.150	1903	1914	1914
		G_{t2}	0.477	0.316 ***	0.535	1920	1931	1935
		G_{t3}	-0.104	0.773 ***	0.008	1982	1982	2026
	4	G_{t1}	0.561	0.161 ***	0.085	1904	1913	1913
		G_{t2}	-0.453 **	0.300 ***	0.366	1925	1927	1938
		G_{t3}	-1.126	0.783 ***	0.656	1981	1983	1987
		G_{t4}	-4.500	0.895 ***	0.120	1996	1996	1997
	1	S_{t1}	0.136 ***	0.579 ***	-	1926	1960	1994
	2	S_{t1}	1.126 ***	0.316 ***	-	1926	1930	1934
		S_{t2}	1.112 *	0.796 ***	-	1981	1985	1989
	3	S_{t1}	16.730	0.158	-	1912	1912	1912
		S_{t2}	0.654 ***	0.307 ***	-	1922	1929	1936
		S_{t3}	1.094 **	0.795 ***	-	1980	1985	1989
4	S_{t1}	1.512 *	0.156 ***	-	1909	1912	1915	
	S_{t2}	0.833 ***	0.305 ***	-	1923	1929	1934	
	S_{t3}	4.678	0.512 ***	-	1951	1952	1953	
	S_{t4}	0.894 ***	0.791 ***	-	1979	1984	1989	

***, ** y * significa rechazo de la hipótesis nula al nivel de 1%, 5% y 10% respectivamente.

Primeramente, nótese que cuando se usa la función logística generalizada, en ninguno de los casos el parámetro de asimetría, $\hat{\theta}_j$, es significativamente distinto de cero al menos a un nivel de 10 por ciento. La velocidad de transición, $\hat{\gamma}_j$, con excepción de un par de

²¹ Hay que hacer notar que la medición de los valores en que inicia, finaliza y cambia de concavidad la función de transición estimada, no necesariamente arroja valores enteros. Con fines de una mejor interpretación de las transiciones en el Cuadro 3, se presentan los años correspondientes a los períodos después de ser redondeados.

casos tampoco es estadísticamente distinta de cero en las distintas estimaciones. Nótese, sin embargo, que esta ausencia de significancia de la velocidad de transición se elimina cuando las transiciones son modeladas con la función logística simétrica, $S_{tj}(\cdot)$. De hecho, sólo cuando las estimaciones son prácticamente instantáneas el parámetro $\hat{\gamma}_j$ no puede rechazar estadísticamente que es cero. Al respecto, Greenaway, Leybourne y Sapsford (1997, pp. 801) explican que “este fenómeno es porque un gran número de valores estimados de γ llevan a valores muy similares de $S_t(\cdot)$. Las consecuencias en la práctica de esto es que los errores estándar de la estimación de MCNL de γ pueden aparecer artificialmente grandes y por lo tanto no deben de ser necesariamente tomados como indicador de la insignificancia de la estimación.”²² El único parámetro que con regularidad resulta significativo en las especificaciones de las transiciones con la función logística generalizada es el parámetro de ubicación, $\hat{\tau}_j$.

Por otra parte, es de destacar que cuando se incluye un número reducido de cambios estructurales modelados por las funciones de transición suave, las transiciones son extraordinariamente largas para ambas variables. Para el PIB real y real per cápita, con $m = 1, 2$ y 3 con $G_{tj}(\cdot)$, y $m = 1$ con $S_{tj}(\cdot)$, se tienen valores estimados de la velocidad de transición, γ_j , muy pequeños. Esto provoca larguísimos períodos de transición, que simplemente parecen carecer de sentido económico alguno.²³ Por ejemplo, para el PIB real con una transición modelada por $G_{tj}(\cdot)$, la estimación implica una transición asimétrica ($\hat{\theta}_1 = 0.079$) que inicia en 1920 y termina en el año 2462. En contraparte, para el PIB real con $m = 4$, con cualquiera de las funciones de transición [$G_{tj}(\cdot)$ y $S_{tj}(\cdot)$], y para el PIB real per cápita con $m = 4$ con $G_{tj}(\cdot)$, y $m = 2, 3$ y 4 , utilizando $S_{tj}(\cdot)$, los resultados tienen más sentido con el desempeño de la economía mexicana a lo largo de la muestra considerada.

En suma, dada la evidencia mostrada en el Cuadro 3 acerca de las transiciones estimadas para las distintas especificaciones, y la conclusión a favor de los modelos estacionarios en tendencia extraída del Cuadro 2, se decide a favor de la especificación con cuatro transiciones simétricas tanto para el PIB real como para el PIB real per cápita. Por lo tanto, de aquí en adelante nos enfocaremos en los resultados de estas especificaciones.²⁴ Sin embargo, notemos que los resultados en el Apéndice 2 muestran que para el PIB real el primer cambio de pendiente [β_1 , en la ecuación (1)], no resulta significativo al nivel de significancia de 10 por ciento. Lo mismo ocurre para el segundo cambio de pendiente [β_2 , en la ecuación (1)] en el caso del PIB real per cápita. Esto significa que tanto el primer cambio para el producto real, como el segundo para el per cápita, son solamente de nivel, y no de nivel y pendiente. Los otros 3 cambios en cada variable parecen ser cambios tanto de nivel como de pendiente.

²² Traducción nuestra.

²³ Esto puede ser resultado de un sesgo debido a una mala especificación del modelo, es decir, de permitir menos cambios estructurales de los que realmente se encuentran presentes en las series, o sea, sesgo por omisión de variable.

²⁴ En el Apéndice 2 se presentan todos los resultados de la estimación de la ecuación (4), para las ocho distintas especificaciones de cada variable. Note del Cuadro A2, que los tres criterios de información reportados (AIC, BIC y HQC) coinciden en ‘escoger’ la especificación con 4 transiciones suaves simétricas, tanto para el PIB real como para el per cápita. Tanto estos resultados como los discutidos en el párrafo anterior nos permiten concluir que no debería de existir el problema de sobre-ajuste (“overfitting”).

Dado este resultado, decidimos estimar una versión restringida de estas especificaciones. Así, se estima la ecuación (4) con $m = 4$, empleando la función logística simétrica $S_{tj}(\tau_j, \gamma_j)$ para modelar cada transición, restringiendo $\beta_1 = 0$ para el PIB real, y $\beta_2 = 0$ para el PIB real per cápita.²⁵

Los resultados de la estimación de estas especificaciones restringidas son resumidos en los Cuadros 4 y 5. El Cuadro 4 presenta la estimación por MCNL de la ecuación (1) con las restricciones mencionadas para cada variable. En el bloque superior se presentan las principales medidas de evaluación de la ecuación estimada, mientras que en el bloque inferior se presentan los valores estimados de los parámetros y su significancia.

Cuadro 4. Resultados de la estimación restringida con $m = 4$

$$y_t = \alpha_0 + \beta_0 t + \sum_{j=1}^m \alpha_j S_{tj}(\tau_j, \gamma_j) + \sum_{j=1}^m \beta_j t S_{tj}(\tau_j, \gamma_j) + \vartheta_t$$

	PIB real	PIB real per cápita
<i>EE</i>	0.030	0.032
<i>SRC</i>	0.089	0.102
<i>AIC</i>	-4.022	-3.880
<i>BIC</i>	-3.614	-3.472
<i>HQC</i>	-3.856	-3.714
α_0	25.723***	9.330***
α_1	-0.312***	-0.422***
α_2	-1.22***	-0.5***
α_3	-0.759***	-0.399***
α_4	2.964***	1.468***
β_0	0.03***	0.017***
β_1	-	0.0119***
β_2	0.022***	-
β_3	0.013***	0.006***
β_4	-0.036***	-0.019***

EE, Error estándar de la regresión; *SRC*, Suma de residuales al cuadrado; *AIC*, *BIC*, y *HQC*, se refieren a los criterios de información de Akaike, Schwarz y Hannan-Quinn, respectivamente.
***, ** y * rechazo de la hipótesis nula al nivel de 1%, 5% y 10% respectivamente.

Nótese que al comparar los resultados de la parte superior del Cuadro 4 con los reportados en el Cuadro A2 del Apéndice 2, la especificación restringida para el PIB real y real per cápita, resulta mejor que el resto de las especificaciones estimadas en términos de los criterios de información AIC, BIC y HQC. Además todos los parámetros resultan estadísticamente distintos de cero al nivel del 1 por ciento.

²⁵ Otra posible alternativa sería plantear una especificación que combine a las dos funciones de transición $G_t(\cdot)$ y $S_t(\cdot)$, tal que algunas transiciones sean simétricas mientras otras permitan la posibilidad de asimetría. Sin embargo, esta posibilidad se relega para una investigación futura debido a los costos computacionales que son discutidos en la sección de metodología, puesto que en el caso de considerar cuatro transiciones se tendrían que estimar 2^4 especificaciones para poder elegir bajo algún criterio la mejor especificación.

Cuadro 5. Estimación de las Funciones de Transición
(Muestra: 1895-2008, $T = 114$)

	m	$S_{tj}(\hat{\tau}_j, \hat{\gamma}_j)$		Transición implicada			
		$\hat{\gamma}_j$	$\hat{\tau}_j$	Pi	<i>Inflexión</i>	Pf	
PIB real	4	S_{t1}	1.129 ***	0.160 ***	1908	1912	1916
		S_{t2}	1.021 ***	0.314 ***	1925	1930	1934
		S_{t3}	5.681	0.524 ***	1953	1954	1955
		S_{t4}	1.048 ***	0.782 ***	1979	1983	1988
PIB real per cápita	4	S_{t1}	1.500 **	0.156 ***	1909	1912	1915
		S_{t2}	0.808 ***	0.305 ***	1923	1929	1934
		S_{t3}	6.135	0.512 ***	1952	1952	1953
		S_{t4}	0.900 ***	0.791 ***	1979	1984	1989

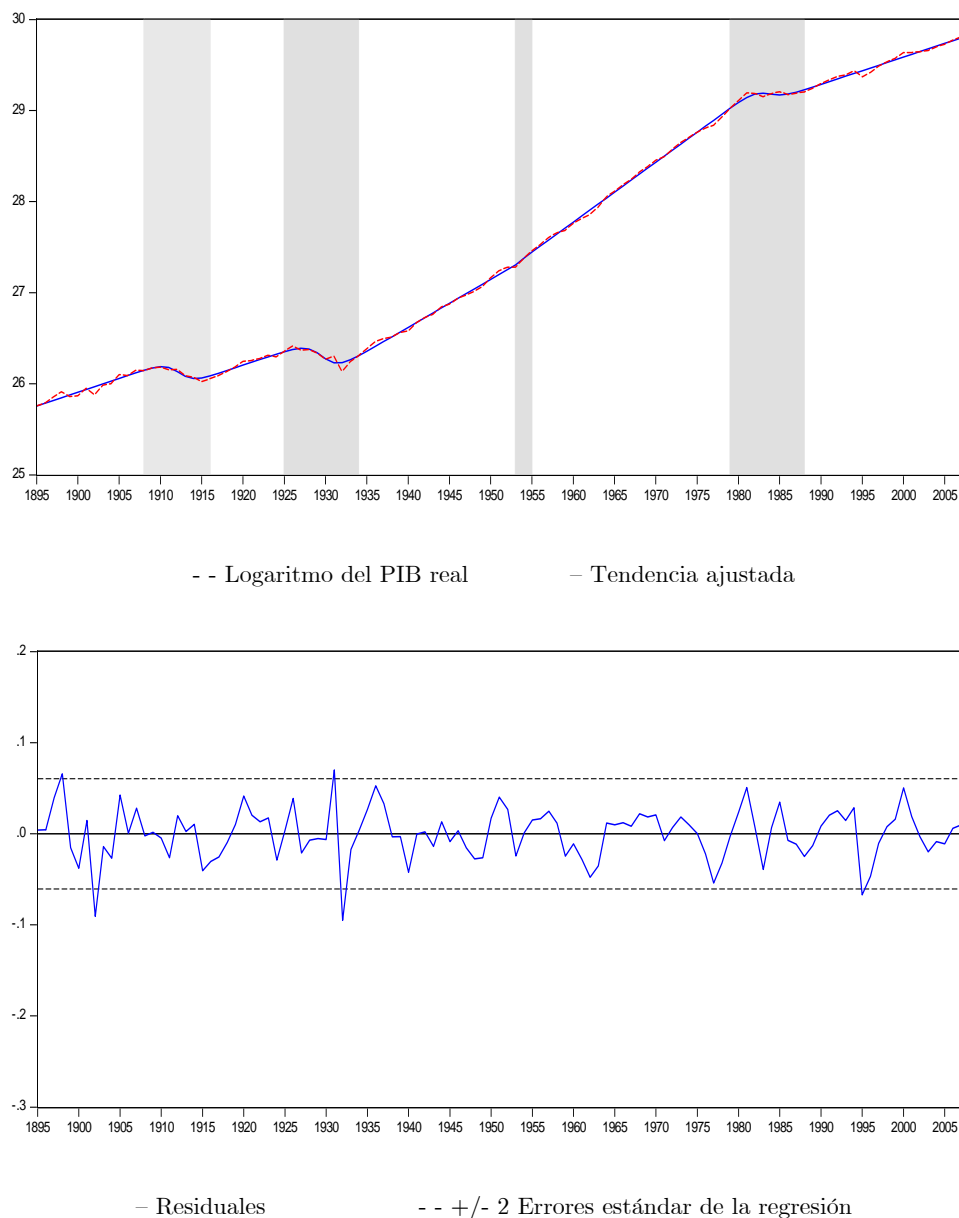
***, ** y * Rechazo de la hipótesis nula al nivel de 1%, 5% y 10%, respectivamente.

En el Cuadro 5 se presentan los valores estimados de los parámetros de las funciones de transición, y los años correspondientes de las transiciones para cada una de las series. Comparando estos resultados con los obtenidos de las estimaciones del modelo no restringido (véase Cuadro 3), podemos apreciar que no existen modificaciones importantes en la ubicación y duración de las transiciones. Los valores estimados del parámetro de ubicación, τ_j , sólo difieren en milésimas, mientras que en el caso de la duración de la transición las diferencias son mínimas entre los modelos restringidos y no restringidos. Las diferencias observadas de a lo más un año en las fechas de inicio y final de la transición, se deben a una diferencia de decimales en el cálculo de los períodos. Para ver esto, considérese la tercera transición del modelo no restringido del PIB real en donde el período (y no año) final de la transición es 60.451, mientras que el período final del restringido ocurre en el período 60.504, por lo que las diferencias observadas en las fechas en el Cuadro 5 se deben básicamente al redondeo de las cifras. Realizamos también la estimación de la matriz de covarianza utilizando errores estándar consistentes a autocorrelación y heteroscedasticidad (llamados errores estándar HAC por sus siglas en inglés), sin encontrar ningún cambio cualitativo. Esto es, la inferencia que se desprende de utilizar estos errores estándar es idéntica a la reportada en los cuadros 3, 4, 5 y A2.

Las Figuras 5 y 6 presentan gráficamente los resultados de la estimación del PIB real y PIB real per cápita de México, respectivamente. En la parte superior de las figuras, se presenta la serie original (en logaritmos) junto a la serie ajustada con cuatro transiciones simétricas, donde las áreas sombreadas corresponden a las etapas de transición reportadas en el Cuadro 5.²⁶ En estas figuras es posible apreciar el buen ajuste que realizan las especificaciones de la tendencia lineal afectada por cuatro transiciones simétricas. Los residuales extraídos de la estimación, y sobre los cuales es aplicada la prueba tipo ADF en la Etapa 2 de la metodología, se muestran en la parte inferior de las figuras. En ambos casos, visualmente los residuales lucen como procesos estacionarios. Estos residuales pueden interpretarse como el ciclo económico o ciclo de negocios en México.

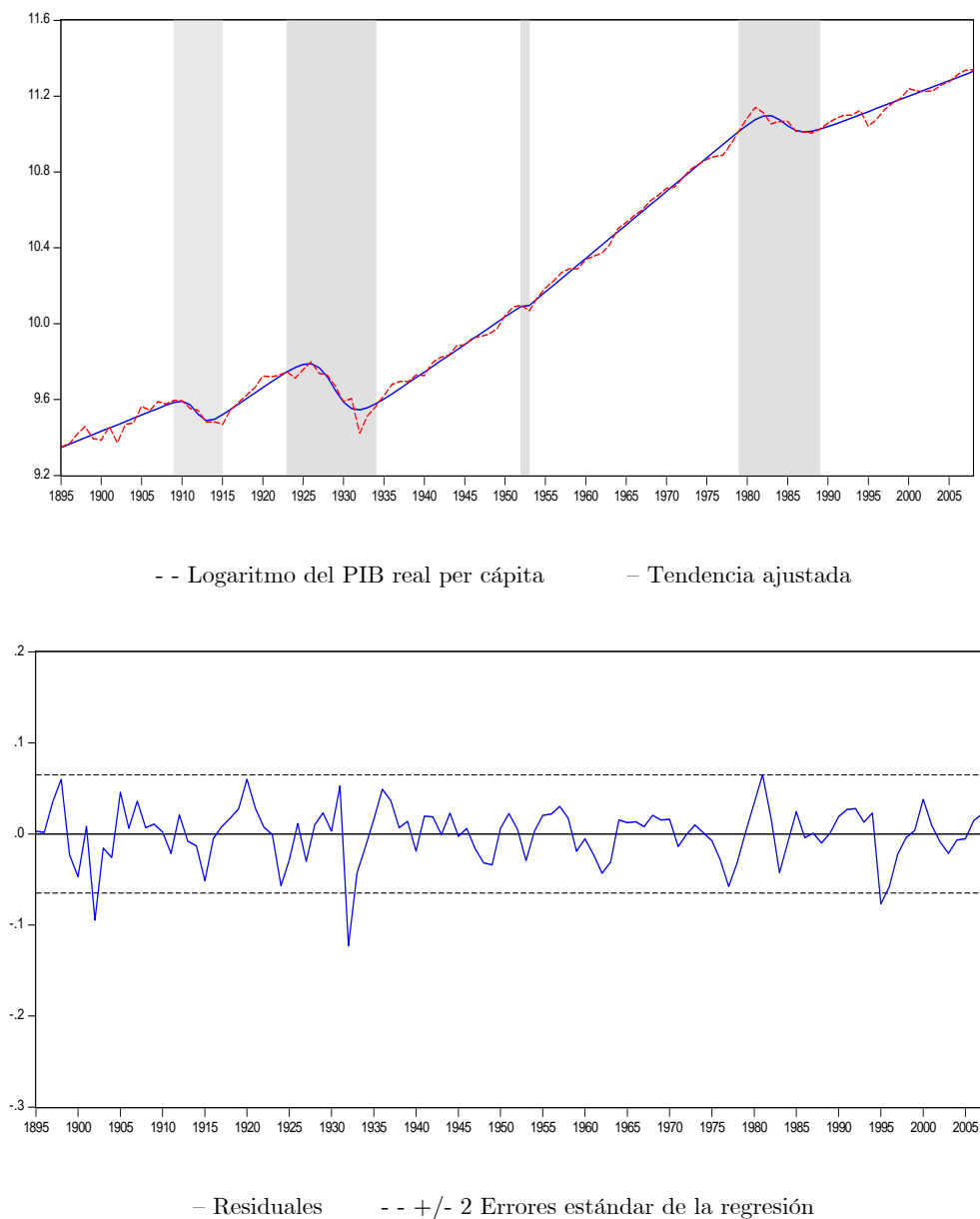
²⁶ Note que por ejemplo, a pesar de que la transición registrada para ambas series entre las décadas del veinte y treinta, pudiera parecer excesivamente larga, y de hecho ser interpretada como un régimen de crecimiento negativo en sí mismo, como se argumenta más adelante, el período 1921-1935 está marcado por un conjunto de reformas institucionales orientados a la reconstrucción económica de México. Más bien, fue precisamente este período de transición (reconstrucción) el que permitió alcanzar una tasa de crecimiento significativamente mayor en el producto real a partir de mediados de los años treinta.

Figura 5. Estimación (restringida) de 4 transiciones simétricas: PIB real



En torno a esta cuestión de la estacionariedad, en el Cuadro 6 y Figura 7 se presentan los resultados de aplicar la segunda etapa de la metodología a las especificaciones restringidas. Del Cuadro 6 vemos cómo al imponer la restricción de $\beta_1 = 0$ para la especificación del PIB real, y de $\beta_2 = 0$ para la del real per cápita, se mantiene el rechazo del modelo *Estacionario en Diferencias* ($p_{ED} < 0.10$), mientras que la probabilidad de que la especificación sea generada por un modelo *Estacionario en Tendencia* con cuatro transiciones suaves, se mueve aún más hacia el centro de la distribución empírica, como es apreciado en la Figura 7.

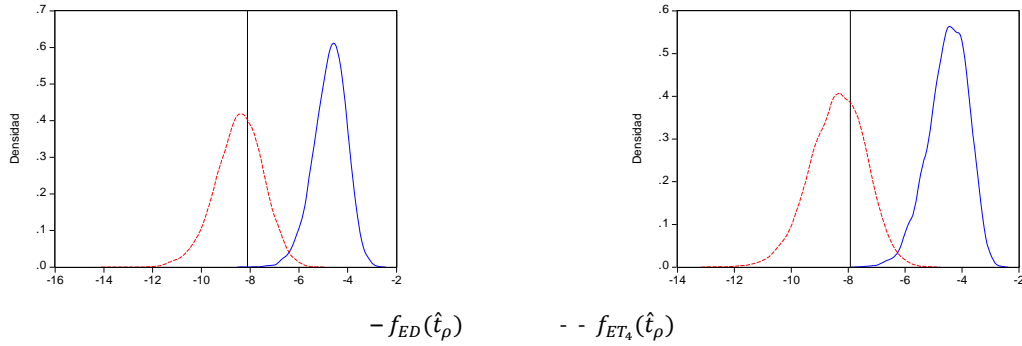
Figura 6. Estimación (restringida) de 4 transiciones simétricas: PIB real per cápita



Cuadro 6. Modelos *ED* contra modelos *ET* restringidos que permiten 4 transiciones suaves simétricas

	m	k^*	$\hat{\rho}_{muestra}$	p_{ED}	p_{ET_m}
PIB real	4	3	-8.107	0.000	0.622
PIB real per cápita	4	3	-7.921	0.000	0.659

Figura 7. Funciones de distribución empírica modelos ET_4 y ED , $m = 4$
 PIB real. Especificación Simétrica-Restringida PIB real per cápita. Especificación Simétrica-Restringida



Ahora, nótese que aunque hemos mostrado que estos residuales fluctúan de manera estacionaria alrededor de una tendencia afectada por transiciones suaves, ciertamente no esperamos que estas fluctuaciones sean completamente aleatorias, o en otras palabras, que sigan un proceso de ruido blanco. Por el contrario, dada la naturaleza del ciclo de producción agregado que representan, es de esperar que estos residuales observen cierto grado de correlación temporal, o autocorrelación. De hecho, el correlograma correspondiente a cada serie de residuales muestra correlaciones significativas durante los primeros 4 periodos, que se vuelven no significativas para rezagos mayores. Este hecho se refleja en los resultados de las pruebas de raíz unitaria reportados en los Cuadros 2 y 6, en donde el modelo autoregresivo utilizado para llevar a cabo la prueba (ecuación 5) requiere la inclusión de 3 rezagos de la variable dependiente en primeras diferencias (lo que equivale a 4 rezagos de la variable en niveles), precisamente para tomar en cuenta la autocorrelación contenida en el ciclo económico. Estos resultados sugieren pues, que las fluctuaciones de corto plazo del producto están autocorrelacionadas por periodos de 4 años.²⁷

Así, los resultados indican la presencia de 4 cambios estructurales durante el periodo 1895-2008, que afectan tanto al producto real como al per cápita. Note que la forma y tiempo de ocurrencia y duración de estos cambios son muy similares para ambas series. Las únicas diferencias son las siguientes: (i) la Revolución mexicana redujo el *nivel* de ambas series, (en un proceso que duró aproximadamente 7 años), pero afectó solamente la *tasa de crecimiento* del producto per cápita, y (ii) el segundo cambio estructural, normalmente relacionado con la gran depresión y varios arreglos financieros e institucionales domésticos (como la fundación del Banco Central, de la Comisión Nacional Bancaria, del Partido Nacional Revolucionario, la entrada en vigor del impuesto sobre la renta, del código civil, entre otros), da paso a una tasa de crecimiento mayor solo para el producto real (una respuesta de dimensión equivalente de la población provocó que el producto per cápita se mantuviera constante antes y después del cambio).

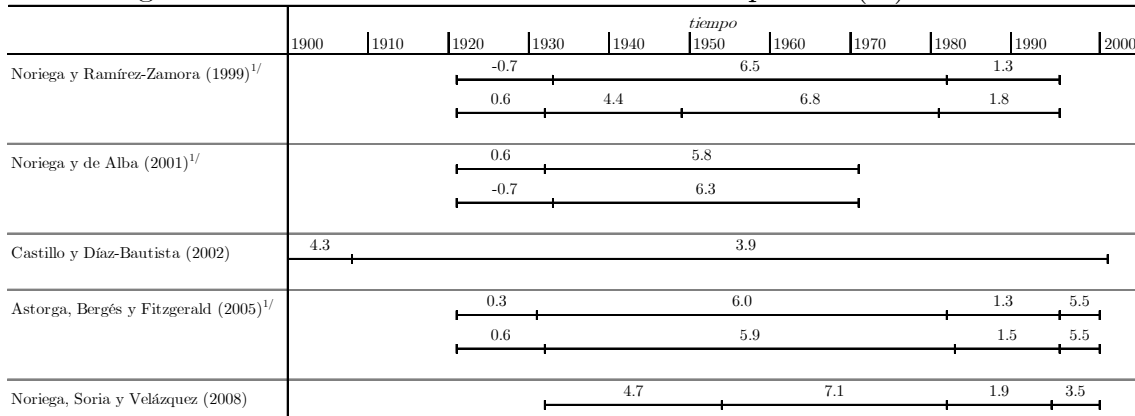
²⁷ Por otro lado, las series de los residuales, ilustrados en las Figuras 4 y 5, no presentan evidencia de problemas de heteroscedasticidad. Los resultados de las pruebas de diagnóstico a las cuales fueron sometidos los residuales (autocorrelación, normalidad, heteroscedasticidad condicional e incondicional) pueden ser solicitados a los autores.

Nótese además que tanto el cambio estructural de principios de los 1950s como el cambio asociado a la crisis de la deuda de los 1980s tuvieron formas y tiempos de ocurrencia/duración, prácticamente idénticas en ambas series.

Por último y con el fin de presentar un marco comparativo a nuestros resultados, en las Figuras 8 y 9 se resume la evidencia existente en la literatura de cambios estructurales instantáneos para las series del PIB real y real per cápita de México, respectivamente; mientras que en el Apéndice 3 se muestran los detalles relativos a estos estudios. Estas figuras representan esta evidencia como un segmento de línea fragmentado por las fechas en que son estimados los cambios estructurales, y en la parte superior de cada fragmento de línea se presenta la tasa de crecimiento de la variable en la correspondiente etapa.

Como se puede apreciar, todos los estudios en dónde la muestra de estimación inicia en 1921, encuentran un cambio estructural a principios de los 1930s (entre 1930 y 1932). Esta fecha es cercana al período en que termina la segunda transición estimada en este trabajo para ambas variables (1934, véase Cuadro 5), por lo que, por un lado, se podría decir que la conclusión de ambos acercamientos es casi la misma: que existe una nueva tendencia en la trayectoria de las variables que inicia entre 1933 y 1935. Pero, por otro lado, nuestras estimaciones indican que no existe una tendencia lineal definida sino una etapa de transición desde 1925 en el caso del PIB real, y 1923 en el caso del per cápita, lo cual marca una considerable diferencia en cuanto a las implicaciones de los resultados sobre el crecimiento de las variables.

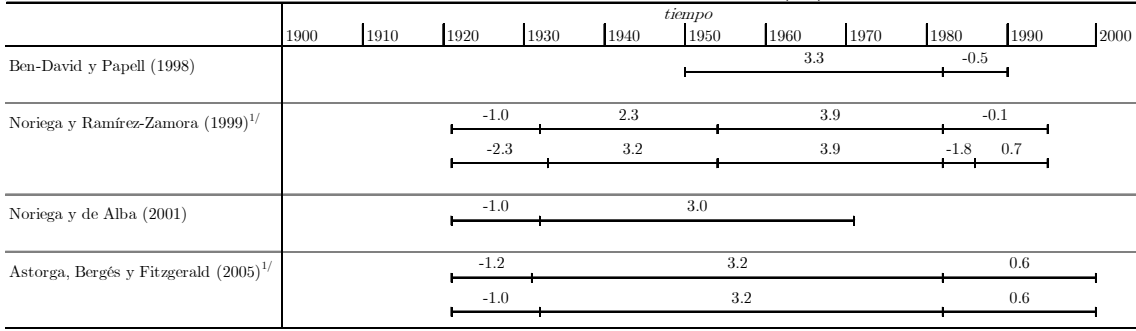
Figura 8. Evidencia de cambios estructurales para el (ln) PIB real



^{1/} En estos estudios se utilizan dos técnicas en la detección de los cambios estructurales como se detalla en el Apéndice 3.

Una conclusión análoga puede extraerse de las Figuras 8 y 9 al comparar la ubicación de la tercera transición estimada con el cambio estructural encontrado a principios de los 1980s por estos trabajos. Sin embargo, las implicaciones son diferentes, ya que nuestros resultados indican que tras esta perturbación en la economía existe un período de transición a lo largo de casi toda la década de los ochenta, mientras que la evidencia de cambios estructurales instantáneos implica que la economía pasó a una nueva tendencia inmediatamente después del cambio, ocurrido alrededor de 1982.

Figura 9. Evidencia de cambios estructurales para el (ln) PIB real per cápita



^{1/} En estos estudios se utilizan dos técnicas en la detección de los cambios estructurales como se detalla en el Apéndice 3.

Finalmente, el cambio estructural o transición que estimamos en ambas variables en la primera mitad de los 1950s es el único que resulta instantáneo, por lo que nuestros resultados confirman el cambio estructural de mediados de siglo que encuentran Noriega, Soria y Velázquez (2008) y Noriega y Ramírez-Zamora (1999), representados en las Figuras 8 y 9.

V. Implicaciones para el Crecimiento Económico

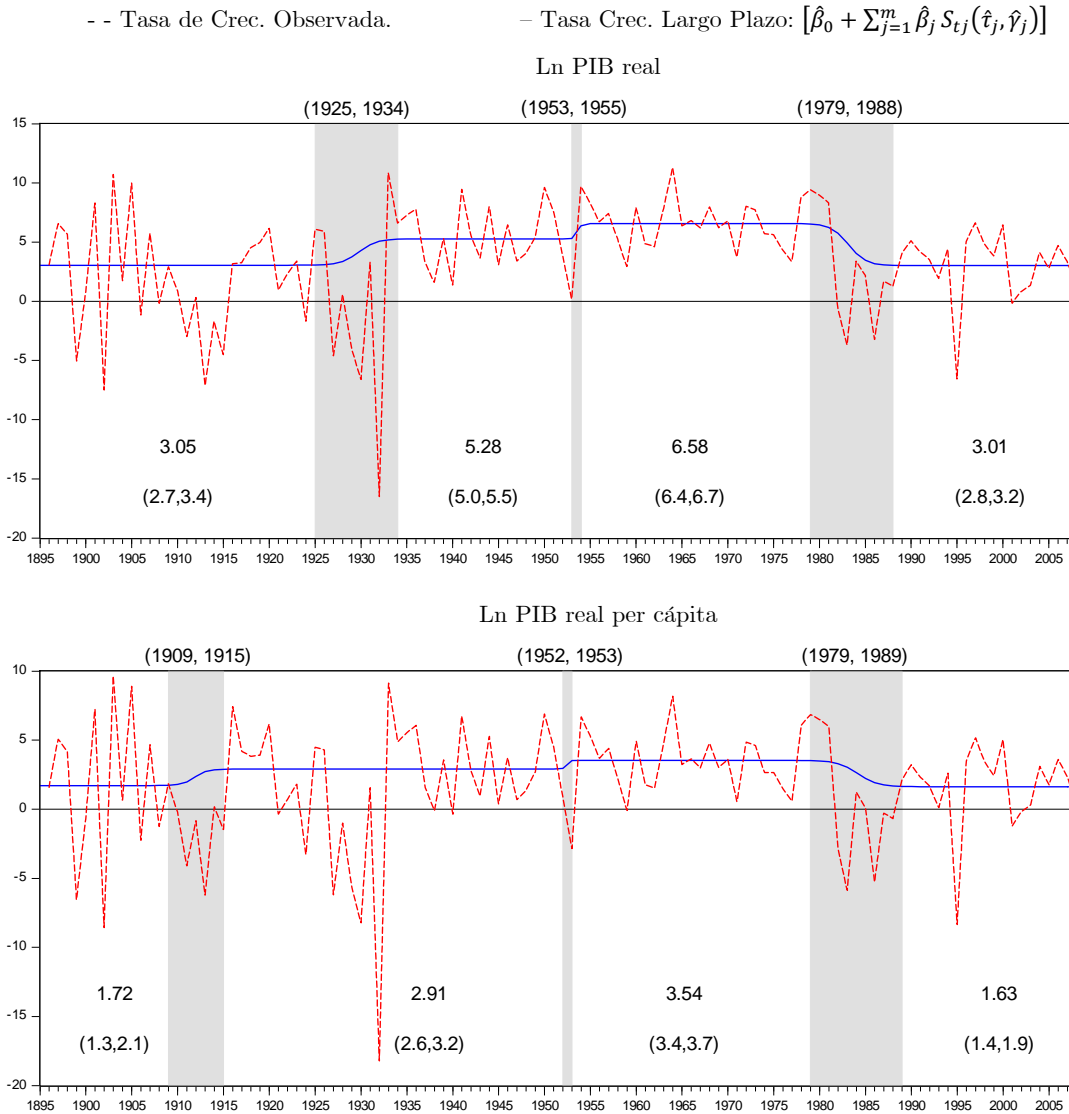
Como se discute en la introducción, el uso de las funciones de transición para estimar cambios estructurales múltiples nos ayuda a distinguir entre etapas de crecimiento estacionario y fases de transición en la trayectoria del producto y producto per cápita.

De acuerdo al planteamiento de este estudio, los cambios en la pendiente de la tendencia lineal de la serie, corresponden a cambios en la tasa de crecimiento de largo plazo de la economía. En otras palabras, la tasa de crecimiento de y_t está medida por los coeficientes relacionados a la variable de tendencia t , por lo que, según la especificación en (1), la tasa de crecimiento cambia de un valor inicial β_0 a $(\beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j)$. Así, cualquier evidencia estadística de algún $\hat{\beta}_j \neq 0, j = 1, \dots, m$, es interpretada como un cambio en la tasa de crecimiento de largo plazo de la economía. Como se puede apreciar del Cuadro 4, existen tres cambios de pendiente estadísticamente significativos en cada una de las series analizadas.

En la Figura 10 se presentan la tasa de crecimiento observada y estimada para nuestra especificación preferida para el PIB real y real per cápita de México. Específicamente, graficamos la tasa de crecimiento observada como la primera diferencia logarítmica de las series (línea discontinua en la Figura 10), mientras que la tasa de crecimiento estimada (línea continua en la Figura 10) es el resultado de la suma de coeficientes relacionados a la pendiente de la tendencia lineal de la ecuación (1), $[\hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^m \hat{\beta}_j S_{tj}(\hat{t}_j, \hat{y}_j)]$, que son estadísticamente distintos de cero. Las áreas sombreadas en gris muestran las etapas de transición estimadas que corresponden solamente a los cambios significativos en la pendiente. En la Figura 10 no se ilustran las transiciones de 1908–1916 en el caso del PIB real y 1923–1934 en el del PIB real per cápita, puesto que estas transiciones implican sólo un cambio de nivel en la serie

correspondiente, y no afectan la tasa de crecimiento de largo plazo. Por último, en la parte inferior de las graficas se presenta en términos porcentuales la tasa de crecimiento de la etapa correspondiente junto al intervalo de confianza de dos desviaciones estándar.²⁸

Figura 10. Transiciones y crecimiento económico en México



A continuación procedemos a discutir en más detalle los períodos de transición y los cambios en la tasa de crecimiento económico encontrados para México. Primero, la Revolución no parece haber alterado la tasa de crecimiento del producto real, pero sí parece haber aumentado la del per cápita. Este resultado ha sido analizado en varios estudios. Haber (1978, p. 416) menciona “La mayor parte de la planta manufacturera de

²⁸ Estas tasas podrían interpretarse como las tasas de crecimiento del estado estacionario, para más detalles véase Ben-David y Papell (1995).

México emergió de la lucha intacta; no fue destruida.” Por su parte, en lo referente al trabajo en el período 1910-1920, Womack (1978) señala que “Por muerte, emigración, conscripción o repliegue en zonas de refugio que garantizaban la subsistencia, la mano de obra disponible se redujo en general, pero no en los grandes centros industriales donde aumentó la oferta y demanda.”, mientras que del sector industrial dice “Las plantas industriales sufrieron pocos daños físicos: la lucha le cerraba el camino a mercados lejanos, pero ampliaba los mercados inmediatos. La dificultad del transporte provocó una grave recesión en casi todas las zonas industriales del centro y del norte en 1913, y en la ciudad de México durante los dos años siguientes. Pero desde 1916 los principales centros fabriles empezaron a llevar constantemente su producción y para finales del decenio la mayoría había alcanzado nuevamente el nivel de 1910.” Por su parte, Solís (1985, p. 72) señala que “En 1907 se inició una nueva crisis internacional, que se prolongó hasta 1910. Bajó el precio del henequén, se restringió el crédito, disminuyeron los préstamos y se aceleraron los cobros de vencimiento.” Solís continúa “El año de 1908 señaló una crisis de fuerte magnitud y el principio de una rápida decadencia del sistema bancario porfirista. A partir de entonces, sólo pudieron sostenerse a base de emisiones de billetes, fomentando una inflación peligrosa y agudizando la crisis económica por la cual atravesaba el país.” Además, “Las escasas y poco confiables estadísticas... indican una sustancial caída de la vida económica de 1910 a 1915, en todos sus aspectos.”, y sigue “Sin embargo, una vez derrotado el ejército federal, y con el auge de la demanda externa ocasionado por la primera guerra mundial, el valor en dólares de las exportaciones totales se recuperó rápidamente en 1916 y 1917.” Estos hechos pueden ser visualizados en la Figura 10.

Segundo, a diferencia de la primera, la segunda transición estimada (1925–1934) impacta de forma positiva sólo a la tasa de crecimiento del PIB real incrementándose de 3.05% en el período 1895–1924 a 5.28% en el período 1935–1952, posterior a la transición. Este período de transición hacia una tasa de crecimiento del producto superior coincide con la etapa que, por ejemplo, Villareal (1997) y Solís (1985) llaman “período de reconstrucción” o “formación institucional”, ya que en este período inmediato posterior a la Revolución Mexicana ocurrieron una serie de cambios institucionales que resultaron ser fundamentales para el proceso de crecimiento económico posterior. Por ejemplo, Solís (1985, p. 76) escribe “El año de 1910 marca el inicio de una fuerte caída de la actividad económica a la que le sigue una etapa que podríamos llamar de formación institucional que se extiende de 1921 a 1935”. A partir de 1925 se emprende un ambicioso programa económico en el que se establecen las bases institucionales y materiales para el futuro crecimiento del país. Krauze (1977) discute cómo en el período 1924–1928, en la presidencia de Plutarco Elías Calles, se conforma la reconstrucción económica de México. Las primeras acciones fueron la creación de: la Comisión Nacional Bancaria (el 2 de enero de 1925), la Comisión Nacional de Caminos (el 30 de marzo de 1925), el Banco de México, S.A. (1° de septiembre de 1925) con el privilegio de ser el único banco emisor, entre otras atribuciones de banca central, y el 3 de diciembre la Comisión Nacional de Irrigación. Además, entra en vigor la ley del ISR en 1925, y en 1926 se expiden la Ley General de Instituciones de Crédito y Establecimientos Bancarios, la ley de Impuestos a la Minería y restituciones de tierra y aguas (1927), y el código civil (1928); además, se abre el Banco de Crédito Agrícola. En

1929 se crea el PNR (Partido Nacional Revolucionario) de la unión de la mayoría de los partidos existentes, anunciando el fin del caudillismo y el surgimiento de estabilidad política en el país; para más detalles véase Solís (1985) y Villareal (1997). Pero, por otro lado, cuando estaba en marcha este proceso de reconstrucción o formación es que sobrevino la gran depresión de 1929, la cual al parecer se manifiesta en las estimaciones como un cambio de nivel negativo en ambas series.²⁹ De acuerdo a Solís (1985), la gran depresión afectó de una forma considerable a la economía mexicana: provocó que el valor de las exportaciones mexicanas en 1932 fueran sólo la tercera parte de las de 1929, el ingreso del gobierno disminuyó 25% de 1930 a 1933, el gasto del gobierno decreció en 25% de 1930 a 1932; además, en 1931 México abandona el patrón oro y el tipo de cambio fluctúa libremente y en 1933 el peso sufre una devaluación del 80%.

Finalmente, los dos últimos cambios estructurales se presentan tanto en el PIB real como en el per cápita. El segundo cambio de tasa de crecimiento en las series es el único instantáneo, ocurriendo a principios de los 1950s. La tasa de crecimiento de largo plazo cambia positivamente alcanzando una tasa de 6.58% en el caso del PIB real, y de 3.54% en el del per cápita. En ambos casos esta etapa de crecimiento económico se extiende por un poco más de 20 años para finalizar en 1978. Al respecto, Solís (1985) documenta que este cambio marca el paso de un período de crecimiento con inflación (1935–1956) a un período de crecimiento con estabilidad de precios y de tipo de cambio (1956–1972) y, finalmente, un lapso con inflación y menor crecimiento. La tercera transición, 1979–1988 para el PIB real, y 1979–1989 para el PIB real per cápita, conduce a una tasa de crecimiento menor que la registrada en la etapa previa: la tasa de crecimiento del PIB real se redujo de 6.58% a 3.01%, y la del real per cápita de 3.54% a 1.63%. La transición que precede a esta etapa de crecimiento claramente refleja el período conocido como “la década perdida” (ver por ejemplo Cárdenas, 2010) caracterizado principalmente por una elevada inflación y estancamiento económico. La fecha de inicio de esta transición bien puede estar asociada al auge petrolero y la subsecuente crisis de deuda de 1982.³⁰

En síntesis, la evidencia presentada sugiere que para el PIB real (PIB real per cápita) parecen existir al menos cuatro etapas de crecimiento estacionario, 1895–1924, 1935–1952, 1956–1978, y 1989–2008 (1895–1908, 1916–1951, 1954–1978, y 1990–2008), separadas por tres épocas de transición, 1925–1934, 1953–1955, y 1979–1988 (1909–1915, 1952–1953, y 1979–1989).

²⁹ Nótese que de la Figura 10, la transición estimada del PIB real para el periodo 1925-1934 no parece corresponder a lo que se observa en los datos. Esto es debido precisamente a la caída en el nivel de esta serie durante este período, como se puede apreciar claramente en la Figura 5. Note que el mismo argumento se aplica a la transición entre 1909 y 1915 para el PIB per cápita.

³⁰ Siguiendo los descubrimientos de yacimientos de 1978 y el aumento de los precios del petróleo, entre 1978 y 1981, el PIB real tuvo un crecimiento promedio superior al 9%. Sin embargo, esta estrategia basada en el petróleo finalizó con una caída en el precio del petróleo en 1981, dejando al país con una enorme deuda externa, la cual había sido contratada para desarrollar la industria petrolera. En 1982 el aumento de las tasas de interés internacionales dejó a México en una seria crisis de deuda. El PIB real sufrió un decremento de 0.6% y el PIB real per cápita de 2.5%, mientras que la inflación anual llegó a 98.8%. Para más detalles véase, por ejemplo, Solís (1985) y Villareal (1997).

VI. Conclusiones

Este trabajo examina el patrón de crecimiento económico en México a lo largo del período 1895–2008. Los resultados parecen favorecer la hipótesis de que la tendencia de la producción en México se puede caracterizar a través de una función lineal determinista, perturbada por cambios estructurales que coinciden con arreglos institucionales, guerras, y crisis económicas y financieras. Los datos parecen no favorecer, por otro lado, la hipótesis de una tendencia estocástica.

Al modelar los cambios estructurales por medio de funciones de transición suave entre regímenes, somos capaces de distinguir empíricamente entre una fase de transición y una etapa de crecimiento sostenido. Nuestros resultados implican que para el PIB real y PIB real per cápita de México existen cuatro etapas de crecimiento estacionario separadas por tres épocas de transición.

Uno de los hallazgos de este trabajo es que la Revolución no afectó la tasa de crecimiento de largo plazo del producto. La caída en la población, sin embargo, provocó el incremento de la producción per cápita a partir de 1916. El cambio encontrado en la etapa de reconstrucción económica posterior a la revolución mexicana lleva a una tasa de crecimiento del producto que es compensada por el crecimiento de la población, de tal manera que no se manifiesta ningún efecto sobre el crecimiento del PIB per cápita.

Consideramos que sería interesante estudiar con mayor detalle las fuentes del incremento en la tasa de crecimiento del producto per cápita registrado a principios de los años 1950s, ya que, a diferencia del incremento en la tasa de crecimiento del producto per cápita durante la revolución, que está asociado a una caída en la población, el aumento registrado por el producto per cápita a mediados de siglo podría estar vinculado a un incremento en la productividad. Esta hipótesis amerita por supuesto un análisis minucioso, que rebasa las intenciones de este estudio, ya que dicho aumento llevó a la economía por cerca de 25 años a tener las mayores tasas de crecimiento del producto y producto per cápita dentro de los 114 años considerados.

Por otro lado, el último cambio ocurrido en las tasas de crecimiento tanto del producto como del producto per cápita es negativo, y transcurre en un período de transición que refleja la llamada “década perdida”. El periodo posterior a este cambio retoma una senda de crecimiento estacionario alrededor de una tendencia determinista que va de 1990 hasta el final de la muestra.

Referencias

- Aguiar, M. y G. Gopinath (2007), "Emerging Market Business Cycles: The Cycle is the Trend", *Journal of Political Economy*, 115, 1, pp. 69-102.
- Astorga, P., Bergés, A. R. y V. Fitzgerald (2005), "Endogenous Growth and Exogenous Shocks in Latin America during the Twentieth Century", Discussion Papers in Economic and Social History, University of Oxford, No. 57.
- Bacon, D. W. y D. G. Watts (1971), "Estimating the Transition between Two Intersecting Straight Lines", *Biometrika*, 58, 3, pp. 25-34.
- Bai, J. y P. Perron (1998), "Estimating and Testing Linear Models with Multiple Structural Changes", *Econometrica*, 66, 1, pp. 47-78.
- Bai, J. y P. Perron (2003), "Computation and Analysis of Multiple Structural Change Models", *Journal of Applied Econometrics*, 18, pp. 1-22.
- Barro, R. J. y J. F. Ursúa (2008), "Macroeconomic Crises since 1870", *Brookings Papers on Economic Activity*, 39, 1, pp. 255-350.
- Barro, R. J. y J. F. Ursúa (2009), "Stock-market Crashes and Depressions", Working Paper 14760, NBER Working paper series.
- Ben-David, D. y D. H. Papell (1995), "The Great Wars, the Great Crash, and Steady State Growth: Some new evidence about an old stylized fact", *Journal of Monetary Economics*, 36, 3, pp. 453-475.
- Ben-David, D. y D. H. Papell (1998), "Slowdowns and Meltdowns: Postwar Growth Evidence from 74 Countries", *The Review of Economics and Statistics*, 80, 4, pp. 561-571.
- Ben-David, D. y D. H. Papell (2000), "Some Evidence on the Continuity of the Growth Process among the G-7 Countries", *Economic Inquiry*, 38, 2, pp. 320-30.
- Ben-David, D., Lumsdaine, R. L. y D. H. Papell (2003), "Unit Roots, Postwar Slowdowns and Long-run Growth: Evidence from Two Structural Breaks", *Empirical Economics*, 28, 2, pp. 303-319.
- Caner, M. y B. Hansen (2001), "Threshold Autoregression with a Unit Root", *Econometrica*, 69, 6, pp. 1555-1596.
- Cárdenas, E. (2010), "La Reestructuración Económica de 1982 a 1994", en Clara García Ayuardo, Ignacio Marván Laborde y Erika Pani (coordinadores), *Historia Crítica de las Modernizaciones de México*, Fondo de Cultura Económica, México.
- Castillo, R. y A. Díaz- Bautista (2002), "Testing for Unit Roots in Mexico's GDP", *Momento Económico*, 124, pp. 2-10.
- Chang, T., Nieh, C. C. y C. C. Wei (2005), "Is Per Capita Real GDP Stationary? Evidence from Selected African Countries Based On more Powerful Nonlinear (logistic) Unit Root Tests", *Economics Bulletin*, 3, 24, pp. 1-9.
- Darne, O. (2009), "The Uncertain Unit Root in Real GNP: A Re-Examination", *Journal of Macroeconomics*, 31, 1, pp. 153-166.

Dickey, D. A. y S. G. Pantula (1987), “Determining the Order of Differencing in Autoregressive Processes”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, 4, pp. 455-461.

Dickey, D. A. y W. A. Fuller (1979), “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root”, *Journal of the American Statistical Association*, 74, pp. 427-431.

Diebold, F. X. y A. S. Senhadji (1996), “The Uncertain Unit Root in Real GNP: Comment”, *The American Economic Review*, 86, 5, pp. 1291-1298.

Duck, N. W. (1992), “UK Evidence on Breaking Trend Functions”, *Oxford Economic Papers*, 44, 3, pp. 426-439.

Foster, N. y R. Stehrer (2007), “Modelling Transformation in CEECs using Smooth Transitions”, *Journal of Comparative Economics*, 35, 1, pp. 57-86.

Granger, C. W. J. y T. Teräsvirta (1993), *Modelling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford University Press.

Greenaway, D., Leybourne, S. y D. Sapsford (1997), “Modeling Growth (and Liberalization) using Smooth Transitions Analysis”, *Economic Inquiry*, 35, 4, pp. 798-814.

Greenaway, D., Leybourne, S. y D. Sapsford (2000), “Smooth Transitions and GDP Growth in the European Union”, *Manchester School*, 68, 2, pp. 145-65.

Haber, S. (1978), “La Revolución y la Industria Manufacturera Mexicana, 1910–1925”, en Cárdenas, E. (1978), *Historia Económica de México*, vol. 3, Fondo de Cultura Económica, pp. 415-446.

Harvey, D. I. y T. C. Mills (2000), “Detecting Climate Change using Double Smooth Transitions”, Loughborough University Economic Research Paper, No. 00/21.

Harvey, D. I. y T. C. Mills (2002), “Unit Roots and Double Smooth Transitions”, *Journal of Applied Statistics*, 29, 5, pp. 675-683.

Harvey, D. I. y T. C. Mills (2004), “Tests for Stationarity in Series with Endogenously Determined Structural Change”, *Oxford Bulletin of Economics & Statistics*, 66, 5, pp. 863-894.

Kapetanios, G. (2005), “Unit-Root Testing Against the Alternative Hypothesis of up to m Structural Breaks”, *Journal of Time Series Analysis*, 26, 1, pp. 123-133.

Kapetanios, G. y Y. Shin (2006), “Unit Root Tests in Three-Regime SETAR Models”, *The Econometrics Journal*, 9, pp. 252–278.

Kapetanios, G., Snell, A. y Y. Shin (2003), “Testing for a Unit Root in the Nonlinear STAR Framework”, *Journal of Econometrics*, 112, pp. 359–379.

Kejriwal, M y P. Perron (2010), “A Sequential Procedure to Determine the Number of Breaks in Trend with an Integrated or Stationary Noise Component”, *Journal of Time Series Analysis*, 31, pp. 305-328.

Krauze, E. (1977), *Historia de la Revolución Mexicana. La reconstrucción económica*, El Colegio de México, México.

Leybourne, S. y P. Mizen (1999), "Understanding the Disinflations in Australia, Canada and New Zealand using Evidence from Smooth Transition Analysis", *Journal of International Money and Finance*, 18, 5, pp. 799-816.

Leybourne, S., Newbold, P. y D. Vougas (1998), "Unit Roots and Smooth Transitions", *Journal of Time Series Analysis*, 19, 1, pp. 83-97.

Lin, C. J. y T. Teräsvirta (1994), "Testing the Constancy of Regression Parameters Against Continuous Structural Change", *Journal of Econometrics*, 62, pp. 211-228.

Maddala, G. S. (1977), *Econometrics*, New York: McGraw-Hill.

Mills, T. C (1991), "Are Fluctuations in U.K. Output Transitory or Permanent?", *The Manchester School*, 59, 1, pp. 1-11.

Murray, C. y C. Nelson (2000), "The Uncertain Trend in U.S. GDP", *Journal of Monetary Economics*, 46, pp. 79-95.

Newbold, P., Leybourne, S., Sollis, R. y M. E. Wohar (2001), "U.S. and U.K. Interest Rates 1890 - 1934: New Evidence on Structural Breaks", *Journal of Money, Credit and Banking*, 33, 2, pp. 235-250.

Ng, S. y P. Perron (1995), "Unit Root Tests in ARMA Models with Data-Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag", *Journal of the American Statistical Association*, 90, pp. 268-281.

Ng, S. y P. Perron (2001), "Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power", *Econometrica*, 69, 6, pp. 1519-1554.

Noriega, A. (2004), "Long-run Monetary Neutrality and the Unit Root Hypothesis: Further International Evidence", *North American Journal of Economics and Finance*, 15, 2, pp. 179-197.

Noriega, A. y A. Ramírez-Zamora (1999), "Unit Roots and Multiple Structural Breaks in Real Output: How Long Does an Economy Remain Stationary?", *Estudios Económicos*, 14, 2, pp. 163-188.

Noriega, A. y E. de Alba (2001), "Stationarity and Structural Breaks: Evidence from Classical and Bayesian Approaches", *Economic Modelling*, 18, 4, pp. 503-524.

Noriega, A., Soria, L. M. y R. Velázquez (2008), "International Evidence on Stochastic and Deterministic Monetary Neutrality", *Economic Modelling*, 25, 6, pp. 1261-1275.

Pantula, S. G. (1989), "Testing for Unit Roots in Time Series", *Econometric Theory*, 5, pp. 56-271.

Papell, D. y R. Prodan (2004), "The Uncertain Unit Root in US real GDP: Evidence with Restricted and Unrestricted Structural Change", *Journal of Money, Credit and Banking*, 36, pp. 423-427.

Perron, P. (1989), "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", *Econometrica*, 57, 6, pp. 1361-1401.

Perron, P. y Z. Qu (2007), "A Simple Modification to Improve the Finite Sample Properties of Ng and Perron's Unit Root Tests", *Economics Letters*, 94, 1, pp. 12-19.

Rudebush, G. D. (1992), "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: a Re-Examination", *International Economic Review*, 33, 3, pp. 661-680.

Rudebusch, G. D. (1993), “The Uncertain Unit Root in Real GNP”, *American Economic Review*, 83, 1, pp. 264-272.

Solís, L. (1985), *La Realidad Económica Mexicana: Retrovisión y Perspectivas*, Siglo XXI editores, vigésima edición, México.

Sollis, R. (2004), “Asymmetric Adjustment and Smooth Transitions: A Combination of some Unit Root Tests”, *Journal of Time Series Analysis*, 25, 3, pp. 409-417.

Sollis, R., Leybourne, S. y P. Newbold (1999), “Unit Roots and Asymmetric Smooth Transitions”, *Journal of Time Series Analysis*, 20, 6, pp. 671-677.

Villareal, R. (1997), *Industrialización, Deuda y Desequilibrio Externo en México. Un Enfoque Neoestructuralista (1929-1997)*, Fondo de Cultura Económica, 3a edición, México.

Vougas, D. (2006), “On Unit Root Testing with Smooth Transitions”, *Computational Statistics and Data Analysis*, 51, pp. 797-800.

Vougas, D. (2007), “Is the Trend in Post-WW II U.S. Real GDP Uncertain or Nonlinear?”, *Economics Letters*, 94, pp. 348-355.

Womack, J. (1978), “La Economía en la Revolución (1910–1920). Historiografía y análisis”, en Cárdenas, E. (1978), *Historia Económica de México*, vol. 3, Fondo de Cultura Económica, pp. 391-414.

Apéndice 1. Datos

En Barro y Ursúa (2008) se explica en detalle la forma en que se construye la serie del PIB real para el período 1895-2006.³¹ Para actualizar la información hasta 2008, y siendo consistentes con las fuentes reportadas por Barro y Ursúa, se toman los datos del PIB trimestral reportados por el Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (a precios de 2003) como el promedio del período. Para la serie de población los datos de 2007 y 2008 son tomados de la base de datos del *World Development Indicators* del Banco Mundial. En el siguiente cuadro se presentan los datos en logaritmos.

Cuadro A1. PIB real y real per cápita (en logaritmos) de México 1895-2008.

Año	PIB real	Per cápita	Año	PIB real	Per cápita	Año	PIB real	Per cápita	Año	PIB real	Per cápita
1895	25.76	9.35	1924	26.29	9.71	1953	27.28	10.07	1982	29.19	11.11
1896	25.79	9.37	1925	26.36	9.76	1954	27.38	10.13	1983	29.15	11.05
1897	25.85	9.42	1926	26.41	9.80	1955	27.46	10.19	1984	29.18	11.07
1898	25.91	9.46	1927	26.37	9.74	1956	27.53	10.22	1985	29.21	11.07
1899	25.86	9.39	1928	26.37	9.73	1957	27.60	10.27	1986	29.17	11.01
1900	25.87	9.39	1929	26.33	9.67	1958	27.65	10.29	1987	29.19	11.01
1901	25.95	9.46	1930	26.27	9.59	1959	27.68	10.29	1988	29.20	11.00
1902	25.88	9.37	1931	26.30	9.61	1960	27.76	10.34	1989	29.24	11.03
1903	25.98	9.47	1932	26.14	9.42	1961	27.81	10.36	1990	29.30	11.06
1904	26.00	9.48	1933	26.24	9.51	1962	27.86	10.37	1991	29.34	11.08
1905	26.10	9.56	1934	26.31	9.56	1963	27.94	10.42	1992	29.37	11.10
1906	26.09	9.54	1935	26.38	9.62	1964	28.05	10.50	1993	29.39	11.10
1907	26.15	9.59	1936	26.46	9.68	1965	28.11	10.53	1994	29.44	11.13
1908	26.14	9.58	1937	26.49	9.70	1966	28.18	10.57	1995	29.37	11.04
1909	26.17	9.59	1938	26.51	9.69	1967	28.24	10.60	1996	29.42	11.08
1910	26.18	9.59	1939	26.56	9.73	1968	28.32	10.65	1997	29.49	11.13
1911	26.15	9.55	1940	26.58	9.73	1969	28.39	10.68	1998	29.54	11.16
1912	26.16	9.54	1941	26.67	9.79	1970	28.45	10.71	1999	29.57	11.19
1913	26.09	9.48	1942	26.73	9.82	1971	28.49	10.72	2000	29.64	11.24
1914	26.07	9.48	1943	26.76	9.83	1972	28.57	10.77	2001	29.64	11.23
1915	26.02	9.47	1944	26.84	9.88	1973	28.65	10.81	2002	29.64	11.22
1916	26.06	9.54	1945	26.87	9.89	1974	28.71	10.84	2003	29.66	11.23
1917	26.09	9.58	1946	26.94	9.93	1975	28.76	10.87	2004	29.70	11.26
1918	26.13	9.62	1947	26.97	9.93	1976	28.81	10.88	2005	29.73	11.28
1919	26.18	9.66	1948	27.01	9.95	1977	28.84	10.89	2006	29.77	11.31
1920	26.24	9.72	1949	27.07	9.97	1978	28.93	10.95	2007	29.81	11.34
1921	26.25	9.72	1950	27.16	10.04	1979	29.02	11.02	2008	29.82	11.34
1922	26.28	9.73	1951	27.24	10.09	1980	29.11	11.08			
1923	26.31	9.74	1952	27.28	10.10	1981	29.19	11.14			

³¹ La base de datos construida por Barro y Ursúa (2008) hasta 2006 se encuentra disponible en línea http://www.economics.harvard.edu/faculty/barro/data_sets_barro. En Barro y Úrzua (2008) pueden encontrarse todos los detalles de cómo se calculan los datos del PIB para el período 1911-1920.

Apéndice 2. Resultados de la estimación de transiciones múltiples

En el siguiente cuadro se presentan los resultados de las ocho estimaciones realizadas tanto para el PIB real como para el PIB real per cápita.

Cuadro A2. Resultados de la estimación para el PIB real y real per cápita

$$y_t = \alpha_0 + \beta_0 t + \sum_{j=1}^m \alpha_j G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j) + \sum_{j=1}^m \beta_j t G_{tj}(\tau_j, \gamma_j, \theta_j) + \vartheta_t$$

	Especificación de las Transiciones: $G_t(\tau, \gamma, \theta)$				Especificación Simétrica de las Transiciones: $S_t(\tau, \gamma)$			
PIB real								
m	1	2	3	4	1	2	3	4
EE	0.07	0.05	0.04	0.03	0.07	0.05	0.04	0.03
SRC	0.54	0.30	0.16	0.10	0.53	0.27	0.14	0.09
AIC	-2.39	-2.88	-3.46	-3.84	-2.43	-3.04	-3.61	-4.02
BIC	-2.23	-2.60	-3.06	-3.32	-2.29	-2.80	-3.28	-3.59
HQC	-2.32	-2.77	-3.30	-3.63	-2.37	-2.94	-3.48	-3.85
α_0	35.12 ^{***}	27.45 ^{***}	24.10 ^{***}	28.95 ^{***}	25.87	25.82	25.73 ^{***}	25.73 ^{***}
α_1	-9.26	-2.41 ^{***}	-0.22 ^{**}	-0.31 ^{**}	1.51	-1.69	-0.43 ^{***}	-0.39 ^{***}
α_2	-	-1.62	1.81 ^{***}	-1.05 ^{***}	-	2.67	-1.19 ^{***}	-1.16 ^{***}
α_3	-	-	-0.20	-0.94 ^{***}	-	-	2.68 ^{***}	-0.77 ^{***}
α_4	-	-	-	-3.23 ^{***}	-	-	-	2.99 ^{***}
β_0	-0.03	0.01	0.06	0.00 ^{**}	0.01	0.02	0.03 ^{***}	0.03 ^{***}
β_1	0.04	0.04	-0.01	0.00	0.01	0.04	0.01	4.E-3
β_2	-	0.02	-0.04 ^{***}	0.02 ^{***}	-	-0.03	0.02 ^{***}	0.02 ^{***}
β_3	-	-	0.01	0.02 ^{***}	-	-	-0.03 ^{***}	0.01 ^{***}
β_4	-	-	-	0.04 ^{***}	-	-	-	-0.04 ^{***}
α_0								
PIB real per cápita								
m	1.00	2.00	3.00	4.00	1.00	2.00	3.00	4.00
EE	0.07	0.04	0.04	0.04	0.07	0.04	0.04	0.03
SRC	0.56	0.19	0.13	0.14	0.52	0.19	0.13	0.10
AIC	-2.36	-3.33	-3.62	-3.49	-2.44	-3.36	-3.67	-3.86
BIC	-2.19	-3.04	-3.21	-2.96	-2.30	-3.12	-3.34	-3.43
HQC	-2.29	-3.22	-3.45	-3.27	-2.39	-3.27	-3.54	-3.69
α_0	64.17	8.50 ^{***}	9.11 ^{***}	9.18 ^{***}	9.42 ^{***}	9.35 ^{***}	9.34 ^{***}	9.33 ^{***}
α_1	-54.75	1.10 ^{***}	-0.42 ^{***}	-0.19 ^{***}	0.81 ^{***}	1.10 ^{***}	-0.44 ^{***}	-0.53 ^{***}
α_2	-	-0.25	-0.62 ^{***}	0.89 ^{***}	-	1.23 ^{***}	-0.66 ^{***}	-0.53 ^{***}
α_3	-	-	0.18	-2.12 ^{***}	-	-	1.24 ^{***}	-0.39 ^{***}
α_4	-	-	-	1.36 [*]	-	-	-	1.46 ^{***}
β_0	-0.33	0.03	0.02	0.02 ^{***}	0.01 ^{***}	0.01 ^{***}	0.02 ^{***}	0.02 ^{***}
β_1	0.34	-0.02 ^{***}	0.01	-1.E-4	3.E-3	0.02 ^{***}	0.01 ^{***}	0.01 ^{***}
β_2	-	0.01	0.00	-0.01 ^{***}	-	-0.02 ^{***}	3.E-3	1.E-3
β_3	-	-	0.00	0.03 ^{***}	-	-	-0.02 ^{***}	0.01 ^{***}
β_4	-	-	-	-0.01 ^{***}	-	-	-	-0.02 ^{***}

EE , Error estándar de la regresión; SRC , Suma de residuales al cuadrado; AIC , BIC , y HQC , se refieren a los criterios de información de Akaike, Schwarz y Hannan-Quinn, respectivamente.
^{***}, ^{**} y ^{*} rechazo de la hipótesis nula al nivel de 1%, 5% y 10% respectivamente.

Apéndice 3. Evidencia de cambios estructurales en México

En el Cuadro A3 se presenta la evidencia existente en la literatura de cambios estructurales instantáneos para las series del PIB real y real per cápita de México, respectivamente.

Cuadro A3. Evidencia de Cambios Estructurales (endógenos) para el PIB real y PIB real per cápita de México

	Muestra	Número y Ocurrencia de los Cambios Estructurales			
		1	2	3	4
PIB real					
Noriega y Ramírez-Zamora (1999) ^{1/}	1921-1995		1932 ^{PC} 1981 ^{PC}	1931 ^{RRU} 1948 ^{RRU} 1980 ^{RRU}	
Noriega y de Alba (2001) ^{2/}	1921-1970		1931 ^C 1932 ^B		
Castillo y Díaz-Bautista (2002)	1900-2001		1907		
Astorga, Bergés y Fitzgerald (2005) ^{3/}	1921-2000			1930(1931) 1981(1982) 1995	
Noriega, Soria y Velázquez (2008)	1932-2000			1953 1981 1994	
PIB real per cápita					
Ben-David y Papell (1998)	1950-1990		1981		
Noriega y Ramírez-Zamora (1999) ^{1/}	1921-1994			1931 ^{RRU} 1953 ^{RRU} 1981 ^{RRU}	1932 ^{PC} 1953 ^{PC} 1981 ^{PC} 1985 ^{PC}
Noriega y de Alba (2001) ^{2/}	1921-1970		1931 ^{C, B}		
Astorga, Bergés y Fitzgerald (2005) ^{3/}	1921-2000			1930(1931) 1981(1981)	

^{1/} Noriega y Ramírez-Zamora emplean dos metodologías para determinar el número de cambios estructurales en las series: (PC) parámetros constantes, y (RRU) rechazo de raíz unitaria.

^{2/} Noriega y de Alba comparan los resultados de estimar un único cambio estructural a través de métodos clásico (C) y Bayesiano (B).

^{3/} Para probar la estabilidad de los parámetros en un modelo autoregresivo de las series, Astorga, Bergés y Fitzgerald (2005) aplican la prueba de Chow y la prueba de Chow de pronóstico (esta última se reporta en el Cuadro entre paréntesis).