

Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

N° 2011-03

**Acciones, Bonos y el Horizonte de Inversión: Un Enfoque de
Dominancia Espacial**

Raúl Ibarra-Ramírez
Banco de México

Junio 2011

La serie Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y el debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no necesariamente reflejan las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively the responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Acciones, Bonos y el Horizonte de Inversión: Un Enfoque de Dominancia Espacial*

Raúl Ibarra-Ramírez[†]

Banco de México

Abstract: Financial advisors typically recommend that a long-term investor should hold a higher percentage of his wealth in stocks than a short-term investor. However, part of the academic literature disagrees with this advice. We use a spatial dominance test which is suited for comparing alternative investments when their distributions are time-varying. Using daily data for the US from 1965 to 2008, we test for dominance of cumulative returns series for stocks versus bonds at different investment horizons from one to ten years. We find that bonds second order spatially dominate stocks for one and two year horizons. For horizons of nine years or longer, we find evidence that stocks dominate bonds. When different portfolios of stocks and bonds are compared, we find that for long investment horizons, only those portfolios with a sufficiently high proportion of stocks are efficient in the sense of spatial dominance.

Keywords: Investment decisions; Investment horizon; Stochastic dominance.

JEL Classification: C12, C14, G11.

Resumen: Los asesores financieros típicamente recomiendan que un inversionista de largo plazo debería mantener un mayor porcentaje de su riqueza en acciones que un inversionista de corto plazo. Sin embargo, parte de la literatura académica está en desacuerdo con esta recomendación. En este trabajo se utiliza una prueba de dominancia espacial que es apropiada para comparar inversiones alternativas cuando sus distribuciones varían a través del tiempo. Utilizando datos diarios para los Estados Unidos de 1965 a 2008, se realiza una prueba de dominancia para las series de retornos acumulados de acciones contra bonos para diferentes horizontes de uno a diez años. Se encuentra que los bonos dominan a las acciones en segundo orden para horizontes de inversión de uno y dos años. Para horizontes de nueve años o más, se encuentra evidencia que las acciones dominan a los bonos. Al comparar distintos portafolios de acciones y bonos, se encuentra que para horizontes largos solo aquellos portafolios con una proporción suficientemente alta de acciones son eficientes en el sentido de dominancia espacial.

Palabras Clave: Decisiones de inversión; Horizonte de inversión; Dominancia estocástica.

*Agradezco a Dennis Jansen por su supervisión y apoyo, y a Leonardo Auerheimer, David Bessler, Carlos Capistrán, Santiago García, Minsoo Jeong, Hagen Kim, Joon Park y Gonzalo Rangel por sus comentarios perspicaces a las versiones anteriores del presente trabajo. También agradezco a los participantes del seminario de estudiantes en Texas A&M University, la Conferencia Económica de Missouri y el seminario del Banco de México por sus comentarios valiosos. Las opiniones de este documento de investigación corresponden al autor y no necesariamente reflejan las del Banco de México.

[†] Dirección General de Investigación Económica. Email: ribarra@banxico.org.mx.

1. Introducción

Los asesores financieros típicamente recomiendan destinar una mayor proporción de su riqueza en acciones a los inversionistas de largo plazo que a los inversionistas de corto plazo.¹ La recomendación dada por los profesionales sugiere que las estrategias óptimas de inversión dependen del horizonte y esto está motivado por la idea de que el riesgo de las acciones disminuye en el largo plazo, lo que se llama diversificación en el tiempo.² Sin embargo, esta conclusión, en general, no está apoyada por la literatura académica. Merton y Samuelson (1974) concluyen que el alargamiento del horizonte de inversión no debería disminuir el riesgo, lo que implica que el portafolio óptimo de un inversionista debería ser independiente del periodo de tenencia planeado. De acuerdo a Samuelson (1989, 1994), si los precios de las acciones siguen una caminata aleatoria, aunque la probabilidad de que el retorno baje más que un cierto nivel mínimo disminuye con el horizonte de inversión, se incrementa el grado en el cual el retorno puede caer debajo de este nivel mínimo. Por consiguiente, las acciones nunca dominarán a los bonos en el largo plazo. Estos estudios están basados en una función de utilidad miope, para la cual la asignación del activo óptimo es independiente del horizonte de inversión. Por el contrario, Barberis (2000) encuentra que para un inversionista que compra y mantiene, las acciones dominan a los bonos para los horizontes de inversión largos en presencia de retornos con reversión a la media.

Abunda la literatura acerca de los efectos de la elección del portafolio óptimo como una función del horizonte de inversión, incluyendo a Jagannathan y Kocherlakota (1996), Viceira (2001), Wachter (2002), entre otros. Típicamente, estos estudios se enfo-

¹Por ejemplo, el popular libro de Siegel (1994) sobre estrategias de inversión recomienda comprar y mantener acciones por periodos largos, dado que el riesgo de las acciones disminuye con el horizonte de inversión. Además, Malkiel (2000) afirma que "Mientras más largo es el horizonte de inversión individual, más probable es que las acciones tengan mejor desempeño que los bonos".

²Chung et al. (2009) hacen una distinción entre la diversificación de series de tiempo y la diversificación transversal. El primer tipo de diversificación significa que los inversionistas deberían disminuir la tenencia de los activos riesgosos a menudo que se envejecen. La diversificación transversal significa que una persona de edad más avanzada debería mantener un menor porcentaje de su riqueza en los activos riesgosos que una persona más joven. Nuestro documento de investigación está relacionado con la diversificación transversal.

can en un inversionista individual cuya función objetivo es maximizar la riqueza final o quien resuelve un problema de consumo óptimo a través del ciclo de vida. En contraste, en este documento nos enfocaremos en evaluar el desempeño de los retornos acumulados de las acciones y los bonos, basándonos en datos empíricos para los Estados Unidos. Existen varios enfoques para examinar empíricamente la cuestión de si las acciones deberían tener preferencia sobre los bonos en el largo plazo. Un enfoque consiste en calcular directamente las distribuciones de la riqueza final para varios portafolios, y en evaluar la utilidad esperada para cada portafolio. La desventaja de este enfoque es que éste requiere que uno asuma una función de utilidad específica, por lo tanto, no se puede llegar a conclusiones generales. Otro posible enfoque es emplear el análisis de media-varianza de Markowitz (1952).³ Por ejemplo, Levy y Spector (1996) y Hansson y Persson (2000) utilizan este método para encontrar que la proporción óptima en acciones es significativamente mayor para horizontes más largos de inversión que para un horizonte de un año. El problema de utilizar un enfoque de media-varianza es que éste asume que las preferencias del inversionista dependen solamente de la media y la varianza de los retornos del portafolio en un solo periodo. Un enfoque más general consiste en emplear una prueba de dominancia estocástica. Las pruebas de dominancia estocástica han sido propuestas por Mc Fadden (1989) y extendidas por Linton et al. (2005). Este enfoque tiene la ventaja de imponer supuestos menos restrictivos sobre la forma de la función de utilidad del inversionista y, por consiguiente, proporciona criterios para grupos de preferencias enteros. Además, este enfoque puede ser aplicado cuando las distribuciones de los retornos son normales o no.

Una conclusión de una investigaciones anteriores que emplea los criterios de dominancia estocástica es que no existe evidencia de que las acciones dominen a los bonos cuando se alarga el horizonte de inversión (Hodges y Yoder, 1996; Strong y Taylor, 2001). La prueba estándar de dominancia estocástica está basada en el supuesto de que los retornos de las acciones y los bonos son independientes y están idénticamente

³Para una aplicación empírica de la utilidad esperada y los enfoques de media-varianza, ver Thorley (1995).

distribuidos (iid). No obstante, la evidencia empírica sugiere que el supuesto de que los retornos son independientes y están idénticamente distribuidos no está respaldado por los datos. En particular, Campbell (1987) y Fama y French (1988b) muestran que existe fuerte evidencia de la predictibilidad de los retornos de las acciones, lo que a su vez implica que las estrategias de inversión óptima dependen del horizonte. Por consiguiente, la naturaleza de los retornos de las acciones que varía a través del tiempo plantea un desafío en el ordenamiento de las inversiones alternativas.

En este documento utilizamos una prueba de dominancia espacial introducida por Park (2008), que es apropiada para comparar inversiones alternativas cuando sus distribuciones varían en el tiempo. En particular, realizamos una prueba de dominancia entre las series de retornos acumulados de las acciones y los bonos para diferentes horizontes de inversión de uno a diez años. La dominancia espacial es una generalización del concepto de la dominancia estocástica para comparar el desempeño de dos activos en un intervalo dado de tiempo. En otras palabras, mientras que el concepto de la dominancia estocástica es estático y solamente es útil para comparar dos distribuciones en un momento fijo, la dominancia espacial es útil para comparar dos distribuciones en un periodo de tiempo. En términos generales, decimos que una distribución domina espacialmente a otra distribución cuando da un mayor nivel de utilidad en un periodo dado de tiempo. Nuestro análisis asume comparaciones entre parejas de portafolios de acciones y bonos para enfocarse en el efecto que el periodo de tenencia tiene sobre las preferencias del inversionista entre las acciones y los bonos.⁴

Nuestro enfoque tiene varias ventajas sobre otros enfoques existentes para evaluar el desempeño entre inversiones alternativas. Primero, nuestra metodología nos permite comparar las distribuciones completas de dos inversiones en vez de solamente la media y la mediana de los retornos utilizados en la mayoría de los estudios convencionales. Segundo, el enfoque seguido en este documento relaja los supuestos paramétricos sobre

⁴Recientemente, Post (2003) y Linton, Post y Whang (2005) han extendido la dominancia estocástica estándar por parejas para comparar un portafolio dado con todos los portafolios posibles construidos a partir de un conjunto de activos financieros. Este concepto puede ser útil en nuestro análisis, pero no perseguimos esta dirección en este documento.

las preferencias que se realizan en otros documentos. Solamente son impuestas unas pocas restricciones sobre la forma de la función de utilidad (i.e., no saciación, aversión al riesgo y preferencias separables en el tiempo). Esto es particularmente importante para las instituciones financieras que representan los intereses de numerosos individuos con diferentes preferencias. Tercero, este enfoque es válido para los procesos de difusión no estacionarios comúnmente utilizados en finanzas. Esta es una ventaja importante de nuestro enfoque, puesto que la literatura afirma que los precios de los activos tienden a ser no estacionarios. Finalmente, la prueba emplea la información de toda la serie del precio de los activos en vez de utilizar solamente los valores de los activos en dos puntos fijos en el tiempo.

Los datos para este estudio son los retornos diarios de las acciones y los bonos de los Estados Unidos obtenidos de Datastream. El periodo del estudio es de 1965 a 2008. La variable del precio de las acciones se refiere al S&P 500 incluyendo dividendos. Los retornos de los bonos están basados en el bono del tesoro a 10 años, que tomamos como representativo del mercado de bonos de los Estados Unidos.⁵

Los resultados empíricos sugieren que para horizontes de inversión de dos años o menos, los bonos dominan espacialmente a las acciones en segundo orden, lo que significa que los inversionistas adversos al riesgo obtienen mayores niveles de utilidad invirtiendo en bonos. Para horizontes de nueve años o más, las acciones dominan espacialmente a los bonos en primer orden. También comparamos los portafolios diversificados de las acciones y los bonos. En general, los resultados son consistentes con la recomendación común de que las acciones deberían tener preferencia por parte de los inversionistas de largo plazo.

Este documento de investigación está organizado de la siguiente manera. La siguiente sección presenta la metodología econométrica. La Sección III discute la prueba de dominancia espacial. La Sección IV analiza los resultados empíricos. Las observaciones finales son presentadas en la Sección V.

⁵Otro bono popular para los inversionistas de largo plazo es el bono del tesoro a 30 años. Sin embargo, este bono fue suspendido por el Gobierno Federal de los Estados Unidos por un periodo de cuatro años del 18 de febrero de 2002 hasta el 9 de febrero de 2006.

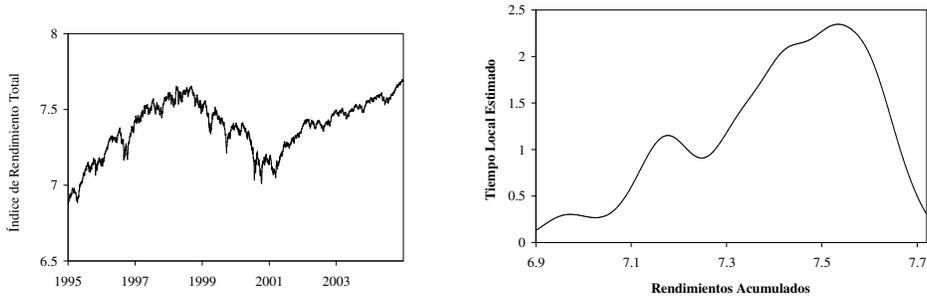


Figura 1: Análisis Espacial

2. Metodología Econométrica

La prueba de dominancia espacial empleada en este documento para comparar las distribuciones de los retornos de las acciones y los bonos está basada en el análisis espacial (Park, 2008). El análisis espacial está basado en el estudio de la función de distribución de las series de tiempo no estacionarias. Esta metodología está diseñada para series de tiempo no estacionarias, pero la teoría también es válida para series de tiempo estacionarias.

El análisis espacial consiste en el estudio de una serie de tiempo a lo largo del eje espacial y no del eje temporal. La Figura 1 es útil para explicar la intuición detrás del análisis espacial. Normalmente trazamos los datos en el plano xy donde x representa el eje temporal y y representa el espacio. Por ejemplo, el panel izquierdo de la Figura 1 muestra el índice de rendimiento total para el S&P 500. No obstante, esta representación es significativa solamente bajo el supuesto de estacionariedad, así que podemos interpretar estas lecturas como realizaciones repetidas de una distribución común. En contraste, para datos no estacionarios esta representación no es apropiada, ya que la distribución cambia a lo largo del tiempo. Desde luego, los datos de los precios de las acciones son no estacionarios. En este caso es útil leer los datos a lo largo del eje espacial. Esto es particularmente útil para series que toman valores repetidos en un cierto rango. La idea del análisis espacial consiste en calcular la frecuencia para cada punto del eje espacial (panel derecho de la Figura 1), es decir, el tiempo local del

proceso, que será definido más adelante y que puede ser interpretado como una función de distribución. Las propiedades estadísticas de esta función de distribución son el principal objeto de estudio en el análisis espacial.

2.1. Preliminares sobre el Análisis Espacial

Para explicar la prueba de dominancia espacial, es necesario introducir algunas definiciones importantes. Establecemos

$$X = (X)_t, t \in [0, T]. \quad (1)$$

como un proceso estocástico. El tiempo local, representado como $\ell(T, x)$, es definido como la frecuencia con la cual el proceso visita el punto espacial x hasta el momento T . Notemos que el tiempo local mismo es un proceso estocástico. Tiene dos parámetros, el parámetro temporal T y el parámetro espacial x . Si el tiempo local de un proceso es continuo, entonces podemos deducir que,

$$\ell(T, x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\varepsilon} \int_0^T 1\{|X_t - x| < \varepsilon\} dt. \quad (2)$$

Por consiguiente, podemos interpretar el tiempo local de un proceso como una función de densidad en un periodo de tiempo dado.⁶ La función de distribución correspondiente, llamada tiempo local integrado, está definida como:

$$L(T, x) = \int_{-\infty}^x \ell(T, y) dy = \int_0^T 1\{X_t \leq x\} dt. \quad (3)$$

El tiempo local se encuentra bien definido para un grupo amplio de procesos estocásticos. Notemos que el tiempo local mismo es un proceso estocástico y aleatorio. Tomando

⁶Para entender esta definición, recordemos que para una función de la densidad $f(x)$,

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \frac{dP(X \leq x)}{dx} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\varepsilon} P\{|X_t - x| < \varepsilon\}.$$

la expectativa de esta variable aleatoria, podemos definir la función de densidad espacial como:

$$\lambda(T, x) = E\ell(T, x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\varepsilon} \int_0^T P\{|X_t - x| < \varepsilon\} dt. \quad (4)$$

La función de distribución espacial correspondiente está definida como:

$$\Lambda(T, x) = EL(T, x) = \int_0^T P\{X_t \leq x\} dt. \quad (5)$$

Así, la función de distribución espacial $\Lambda(T, x)$ puede ser considerada como la función de distribución de los valores de X , que es no estacionaria y varía a través del tiempo, agregada en el tiempo $[0, T]$.⁷

La distribución espacial es útil para analizar problemas de decisión dinámicos que involucran la maximización de la utilidad. Consideremos una función de utilidad continua u que depende del valor del proceso estocástico X . Por la fórmula del tiempo de ocupación (ver el lema 2.1 in Park (2008)), podemos inferir que:

$$E \int_0^T u(X_t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} u(x) \lambda(T, x) dx. \quad (6)$$

La ecuación anterior implica que, para cualquier función de utilidad dada, la suma esperada de las utilidades futuras generada por un proceso estocástico en un periodo de tiempo está determinada por su distribución espacial.

Puesto que estamos interesados en la suma esperada de las utilidades futuras, podemos considerar una tasa de descuento r para el nivel de utilidad. En este caso, el tiempo local descontado estaría definido como:

$$\ell^r(T, x) = \int_0^T e^{-rt} \ell(dt, x).$$

⁷Si el proceso subyacente X es estacionario, para cada x , la función $P\{X_t \leq x\} = \Pi(x)$ no varía con el tiempo y es idéntica para todos los $t \in [0, T]$. Por lo tanto, X tendrá una función de densidad continua $\Pi(x) = \frac{\Lambda(T, x)}{T}$ que no varía en el tiempo. En el análisis espacial empleado aquí, a X se le permite ser un proceso estocástico no estacionario con una distribución que varía en el tiempo. Park (2008) deriva las teorías asintóticas para los procesos con incrementos no estacionarios y los procesos de Markov, que incluyen la mayoría de los modelos utilizados en las aplicaciones empíricas financieras.

El tiempo local integrado descontado correspondiente puede ser definido como:

$$L^r(T, x) = \int_{-\infty}^x e^{-rt} \ell(T, x) = \int_0^T e^{-rt} 1\{X_t \leq x\} dt.$$

Asimismo, la densidad espacial descontada puede ser definida como:

$$\lambda^r(T, x) = E\ell^r(T, x) = \int_0^T e^{-rt} \lambda(dt, x).$$

La distribución espacial descontada está dada por:

$$\Lambda^r(T, x) = EL^r(T, x) = \int_0^T e^{-rt} P\{X_t \leq x\} dt.$$

Como se verá más adelante, la distribución espacial descontada será utilizada para realizar la prueba de dominancia espacial de la misma forma que la distribución usual para las series estacionarios es empleada para realizar una prueba de dominancia estocástica.

Ahora podemos mostrar que la suma esperada de las utilidades descontadas está determinada por su densidad espacial descontada:

$$E \int_0^T e^{-rt} u(X_t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-rt} u(x) \lambda^r(T, x) dx. \quad (7)$$

La ecuación anterior será utilizada más adelante cuando presentemos la definición de dominancia espacial.

2.2. Dominancia Espacial

El enfoque habitual para comparar dos funciones de distribución es emplear el concepto de dominancia estocástica. Más específicamente, si tenemos dos procesos estocásticos estacionarios, X y Y con funciones de distribución acumulada Π^X y Π^Y , entonces decimos que X domina estocásticamente a Y en primer orden si,

$$\Pi^X(x) \leq \Pi^Y(x) \quad (8)$$

para todas las $x \in \mathbb{R}$ con desigualdad estricta para algunos x . Esto equivale a:

$$Eu(X_t) \geq Eu(Y_t) \quad (9)$$

para cada función de utilidad u tal que $u'(x) > 0$.⁸ En otras palabras, el proceso X domina estocásticamente al proceso Y , si y sólo si, éste arroja un mayor nivel de utilidad para cualquier función de utilidad no decreciente. Por consiguiente, la noción de dominancia estocástica es estática y se limita al estudio de series de tiempo estacionarias.

En el presente documento, el concepto de dominancia estocástica es generalizado para los entornos dinámicos, introduciendo la noción de dominancia espacial. La dominancia espacial puede ser aplicada para comparar la función de distribución de dos procesos estocásticos en un periodo de tiempo. Supongamos que tenemos dos procesos estocásticos no estacionarios X y Y , definidos en el mismo intervalo de tiempo con las distribuciones espaciales correspondientes $\Lambda^{r,X}$ y $\Lambda^{r,Y}$. Entonces, decimos que el proceso estocástico X domina espacialmente al proceso estocástico Y en primer orden, si y sólo si,

$$\Lambda^{r,X}(T, x) \leq \Lambda^{r,Y}(T, x). \quad (10)$$

para todas las $x \in \mathbb{R}$ con desigualdad estricta para algunas x . Esta definición se mantiene, si y sólo si,

$$E \int_0^T e^{-rt} u(X_t) dt \geq E \int_0^T e^{-rt} u(Y_t) dt. \quad (11)$$

para cualquier función de utilidad no decreciente u . Asimismo,

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(x)^X \lambda^r(T, x) dx \geq \int_{-\infty}^{\infty} u(x)^Y \lambda^r(T, x) dx. \quad (12)$$

para cualquier función de utilidad $u(x)$ tal que $u'(x) > 0$. Esto significa que el proceso estocástico X proporciona por lo menos el mismo nivel de utilidad esperada que el

⁸En lo que sigue, $u \in U$ denotará un conjunto de funciones de utilidad aceptables, donde U es el grupo de todas las funciones de utilidad decrecientes que tienen valores finitos para cualquier valor finito de x .

proceso estocástico Y en un periodo de tiempo dado. Este resultado se muestra en Park (2008).

Varios órdenes de dominancia espacial pueden ser definidos de acuerdo a ciertas restricciones en la forma de la función de utilidad. Para los primeros cuatro órdenes de dominancia espacial, estas restricciones consisten en no saciación, aversión al riesgo, preferencia por asimetría estadística positiva y aversión a la curtosis, respectivamente (Levy, 2006). En nuestra aplicación empírica, nos enfocaremos en las dominancias espaciales de primer y segundo orden.

El tiempo local integrado de orden $s \geq 2$ puede ser definido como:

$$L^{r,X,s}(T, x) = \int_{-\infty}^x L^{r,X,s-1}(T, x) dz. \quad (13)$$

Un proceso estocástico X domina espacialmente a Y en un orden $s \geq 2$ si

$$\Lambda^{r,X,s}(T, x) \leq \Lambda^{r,Y,s}(T, x). \quad (14)$$

donde

$$\Lambda^{r,X,s}(T, x) = \int_{-\infty}^x \Lambda^{r,X,s-1}(T, x) dz. \quad (15)$$

Se puede demostrar que la definición de dominancia espacial ocurre, si y sólo si, el proceso estocástico X proporciona un mayor nivel de utilidad esperada que el proceso estocástico Y para cada función de utilidad $u(x)$ tal que $u'(x) > 0$ y $u''(x) < 0$.⁹

2.3. Motivación para la Dominancia Espacial

El concepto de dominancia espacial consiste en comparar la suma de las utilidades esperadas $E \int_0^T e^{-rt} u(X_t) dt$ y $E \int_0^T e^{-rt} u(Y_t) dt$ en un periodo de tiempo dado, donde

⁹Una dificultad de clasificar dos estrategias alternativas utilizando relaciones de dominancia espacial es que sus distribuciones frecuentemente se entrecruzan, lo que implica que no son comparables. Sin embargo, la incapacidad de inferir una relación de dominancia espacial también es informativa. Además, cuando la dominancia de primer orden no existe, podemos encontrar las relaciones de dominancia utilizando órdenes de dominancia más altos, tal como la dominancia de segundo orden, que impone restricciones adicionales en la forma de la función de utilidad.

X_t y Y_t son los retornos acumulados en el tiempo t .¹⁰ Asumimos que la riqueza del inversionista depende solamente del ingreso financiero. En realidad, los hogares derivan el ingreso en forma de salarios. Por ejemplo, Jagannathan y Kocherlakota (1996) muestran que la incertidumbre en cuanto al ingreso salarial puede afectar las proporciones de la inversión en acciones conforme las personas envejecen. Viceira (2001) muestra que la asignación óptima en acciones es mayor para los inversionistas empleados que para los inversionistas jubilados cuando el riesgo del ingreso laboral no está correlacionado con el riesgo de los retornos de las acciones. Solamente si los ingresos laborales y los retornos de las acciones están correlacionados de manera suficientemente alta, un inversionista empleado mantendrá una menor asignación en acciones que un inversionista jubilado. No discutimos la validez teórica de los modelos que incluyen el ingreso laboral. Sin embargo, también es instructivo examinar el caso donde la utilidad depende solamente del ingreso financiero.

La dominancia espacial está basada en estrategias de comprar y mantener. Es decir, un inversionista con un horizonte de inversión de T años escoge una asignación al principio del primer año y no toca su portafolio otra vez hasta que se acaben los T años. Al inversionista no se le permite rebalancear su portafolio.¹¹ Una posible motivación para este supuesto es la existencia de costos de transacción (Liu y Loewenstein, 2002). En ese trabajo, la presencia de costos de transacción junto con un horizonte finito implican fundamentalmente una estrategia de inversión de comprar y mantener, dependiente del horizonte.¹² No obstante, puesto que los costos de transacción han disminuido en el tiempo y tenemos dos activos que son relativamente líquidos, vale la pena mencionar una motivación alternativa para la estrategia de comprar y mantener, basada en la literatura de la economía conductual. En particular, Samuelson y Zeckhouser (1998)

¹⁰Los retornos acumulados están definidos como $X_t = \sum_{\tau=1}^t r_\tau$, donde r_τ es el retorno diario obtenido en el tiempo τ .

¹¹Otros estudios, tales como Brennan et al. (1997), Campbell y Viceira (1999) y Jagannathan y Kocherlakota (1996) examinan la elección del portafolio óptimo como una función del horizonte de inversión bajo diferentes supuestos, tales como el rebalanceo.

¹²Por ejemplo, Liu y Lowenstein (2002) encuentran que, para horizontes de inversión de tres años o menos, el tiempo óptimo esperado para la venta después de una compra en presencia de costos de transacción es aproximadamente igual al horizonte de inversión.

utilizan resultados de una encuesta sobre los planes de jubilación para demostrar que los individuos presentan un sesgo hacia el apego al *status quo* cuando escogen entre alternativas. Además, Choi et al. (2002) y Agnew et al. (2003), encuentran que los inversionistas tienden a elegir el “camino de mínima resistencia”, que consiste en no modificar sus portafolios.

La dominancia espacial utiliza la información de la serie completa del valor del activo X_t . Esta es una característica atractiva en comparación con la dominancia estocástica estándar, que únicamente depende del valor del activo en dos puntos en el tiempo, X_0 y X_T . La prueba de dominancia estocástica estándar ignora la importante dinámica entre los dos puntos finales. Por consiguiente, el concepto de dominancia espacial permite analizar la decisión económica de un inversionista en un periodo dado de tiempo.

En nuestra especificación, la utilidad es una función del retorno acumulado en cada punto en el tiempo. Podemos pensar en esta función como una función de utilidad indirecta, donde el inversionista consume una fracción constante del precio del activo en cada punto en el tiempo. Otra manera de motivar esta especificación es un modelo en el cual el inversionista maximiza la utilidad esperada de la riqueza final cuando el horizonte de inversión es incierto y sigue un proceso de Poisson independiente con intensidad constante (Merton, 1971). Ibarra (2009) extiende la prueba de dominancia estocástica para situaciones que involucran un horizonte de tiempo incierto.

El método de dominancia espacial es válido para comparar los procesos que varían en el tiempo, comunmente empleados para modelar los precios de los activos. La no-estacionariedad de los precios de los activos es un hallazgo ampliamente aceptado en la literatura. Por ejemplo, Nelson y Plosser (1982), muestran empíricamente que el S&P 500 es un proceso no estacionario sin propensión a regresar a una línea de tendencia. Además, el concepto de dominancia espacial es aplicable a un rango más amplio de variables económicas, ya que se considera que la mayor parte de las series económicas y financieras tienen distribuciones que varían en el tiempo.

Puesto que el precio del activo X_t no es estacionario, la función de distribución de X_t para $t \in [0, T]$ no converge a la función de distribución de una variable aleatoria esta-

cionaria. Por esta razón, no podemos emplear el concepto de dominancia estocástica estándar diseñado para variables estacionarias. En cambio, esta distribución converge a la función de distribución del tiempo local. Como se explicará más adelante, la distribución espacial empleada en nuestro documento de investigación será estimada como un promedio de N observaciones de la función de distribución del tiempo local.

2.4. Método de Estimación

Los métodos de estimación y la teoría asintótica para la distribución espacial se derivan en Park (2008). La teoría presentada anteriormente está construida para procesos en tiempo continuo. En la práctica, necesitamos un método de estimación para datos en tiempo discreto. Supongamos que tenemos observaciones discretas ($X_{i\Delta}$) de un proceso estocástico continuo X en el intervalo de tiempo $[0, T]$ donde $i = 1, 2, \dots, n$ y Δ denota el intervalo de observación. El número de observaciones está dado por $n = T/\Delta$. Toda la teoría asintótica asume que $n \rightarrow \infty$ por medio de $\Delta \rightarrow 0$ para un T fijo. Notemos que, en contraste con el método convencional, la teoría está basada en la teoría asintótica de alta frecuencia en vez de la teoría asintótica de baja frecuencia, que depende de $T \rightarrow \infty$. La teoría asintótica de alta frecuencia es más apropiada para el análisis, puesto que el enfoque principal del análisis espacial es la distribución espacial de una serie de tiempo en un periodo de tiempo fijo.

Partiendo de ciertas suposiciones de continuidad para el proceso estocástico, el tiempo local integrado puede ser estimado como el estimador de frecuencia de la distribución espacial

$$\hat{L}(T, x) = \Delta \sum_{i=1}^n e^{-ri\Delta} \mathbf{1}\{X_{i\Delta} \leq x\}. \quad (16)$$

Park (2008) demuestra que, el estimador anteriormente mencionado es consistente. Para órdenes $s > 1$ tenemos que,

$$\hat{L}^{X,r,s}(T, x) = \frac{\Delta}{(s-1)!} \sum_{i=1}^n e^{-ri\Delta} (x - X_{i\Delta})^{s-1} \mathbf{1}\{X_{i\Delta} \leq x\}. \quad (17)$$

Para estimar la distribución espacial, necesitamos introducir un nuevo proceso basado en el proceso estocástico original. Para ser más exactos, un proceso con incrementos estacionarios está definido como:

$$X_t^k = X_{T(k-1)+t} - X_{T(k-1)} \quad (18)$$

para $k = 1, 2, \dots, N$. En términos generales, este proceso estocástico está definido en términos del incremento con respecto a la primera observación para cada intervalo. Los estimadores para la densidad espacial y la distribución espacial pueden ser calculados tomando el promedio de cada intervalo N :

$$\hat{\Lambda}_N^{r,s}(T, x) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \hat{L}_k^{r,s}(T, x). \quad (19)$$

La teoría asintótica para los estimadores de densidad espacial y distribución espacial se desarrollan en Park (2008). El marco requiere de supuestos débiles acerca del proceso estocástico. Más específicamente, las teorías asintóticas son desarrolladas para dos clases de modelos: procesos con incrementos estacionarios y procesos generales de Markov. Estas clases incluyen la mayor parte de los modelos de difusión que son usados para la investigación empírica en finanzas y economía.

3. Prueba de Dominancia Espacial

La prueba para la hipótesis nula de que X domina espacialmente a Y en primer orden, como es definido en la ecuación 10, puede ser escrita como:

$$H_0 : \delta(T) = \sup_{x \in \mathbb{R}} (\Lambda^{r,X}(T, x) - \Lambda^{r,Y}(T, x)) \leq 0. \quad (20)$$

contra la alternativa:

$$H_1 : \delta(T) > 0. \quad (21)$$

Bajo la hipótesis nula, la distribución espacial de X está ubicada a la derecha de la distribución espacial de Y , excepto en los valores mínimo y máximo del soporte, donde ambas distribuciones toman el mismo valor.

Tal como se propone en la literatura de dominancia estocástica (Mc Fadden, 1989), el estadístico de Kolmogorov-Smirnov se utiliza para realizar una prueba de dominancia espacial. El estadístico de Kolmogorov-Smirnov puede ser escrito como:

$$D_N(T) = \sqrt{N} \sup_{x \in R} (\hat{\Lambda}_N^{r,X}(T, x) - \hat{\Lambda}_N^{r,Y}(T, x)). \quad (22)$$

Park (2008) demuestra que, asumiendo continuidad y controlando por dependencias, entonces, bajo la hipótesis nula,

$$D_N(T) \rightarrow_d \sup_{x \in R} (U^X(T, x) - U^Y(T, x)). \quad (23)$$

donde $(U^X(T, x), U^Y(T, x))'$ es un vector de procesos gaussianos con media cero.¹³

Si estamos interesados en realizar pruebas de dominancia espacial de un orden $s > 1$, entonces necesitamos sustituir $\hat{\Lambda}_N^{r,X}(T, x)$ en la ecuación 22 por $\hat{\Lambda}_N^{r,X,s}(T, x)$ de la ecuación 19.

Notemos que la distribución de D_N depende de la ley de probabilidad de los procesos estocásticos desconocidos X, Y , la cual es desconocida. Así, los valores críticos asintóticos no pueden ser tabulados. Existen tres alternativas para obtener los valores críticos: simulación, bootstrapping y submuestreo. Los resultados presentados aquí están basados en métodos de submuestreo para obtener los valores críticos. Los métodos de submuestreo resultan apropiados para los datos financieros que típicamente presentan dependencias, tales como heteroscedasticidad condicional, volatilidad estocástica y correlaciones seriales. La teoría general para los métodos de submuestreo es explicada en Politis, Romano y Wolf (1999). En la literatura de dominancia estocástica, los métodos de submuestreo han sido propuestos por Linton, Massoumi y Whang (2005),

¹³Las discusiones sobre el poder estadístico de esta prueba pueden ser encontradas en Park y Shintani (2008).

quienes comprueban que el submuestreo proporciona valores críticos consistentes bajo condiciones débiles permitiendo una dependencia transversal entre las series y una dependencia temporal débil. También proporcionan evidencia sobre el desempeño de la muestra de sus estadísticas mediante el uso de simulaciones en una variedad de esquemas de muestreo.

Establecemos N_s como el tamaño de la submuestra. Entonces, tendremos $N - N_s + 1$ submuestras traslapadas. Para cada una de estas submuestras i , calculamos el estadístico para la prueba de dominancia espacial, $D_{N_s,i}$, donde $i = 1, \dots, N - N_s + 1$. Entonces, aproximamos la distribución muestral de D_N utilizando la distribución de los valores de $D_{N_s,i}$. Por consiguiente, el valor crítico puede ser aproximado como

$$g_{N_s,\alpha} = \inf_w \left(\frac{1}{N - N_s - 1} \sum_{i=1}^{N-N_s-1} 1 \{D_{N_s,i} \leq w\} \geq 1 - \alpha \right) \quad (24)$$

Así, rechazamos la hipótesis nula al nivel de significancia α si $D_N > g_{N_s,\alpha}$.

4. Resultados Empíricos

Esta sección aplica la prueba de dominancia espacial a un conjunto de datos de los retornos diarios para el índice S&P 500 y el bono gubernamental a 10 años de 1965 a 2008.¹⁴ Las estadísticas descriptivas para horizontes de 1 a 10 años son reportadas en el Cuadro 1. Los retornos acumulados son calculados utilizando ventanas rodantes traslapadas por un mes (i.e., 21 días). Para todos los horizontes de inversión, la media y la desviación estándar de los retornos de las acciones son mayores que aquéllas de los retornos de los bonos. Los retornos de las acciones resultan tener asimetría negativa, mientras que los retornos de los bonos resultan tener asimetría positiva. Las distribuciones de los retornos son leptocúrticas solamente para horizontes cortos de inversión. Como se documenta en la literatura, se encuentra que los retornos no tienen una distribución normal (el valor crítico de la prueba de Jarque-Bera a un nivel de significancia

¹⁴Los retornos son expresados en términos nominales, dado que el índice de precios al consumidor no está disponible diariamente.

Cuadro 1: Estadísticas Descriptivas

Horizonte	Media	Desv. Est.	Asimetría	Kurtosis	Jarque-Bera
Acciones					
1	0.091	0.157	-0.690	3.809	57.021
2	0.192	0.219	-0.737	3.810	61.614
3	0.294	0.263	-0.483	3.336	22.260
4	0.393	0.303	-0.121	2.558	5.266
5	0.497	0.350	-0.042	2.188	13.461
6	0.603	0.377	-0.119	1.854	27.004
7	0.709	0.408	-0.149	1.729	32.740
8	0.823	0.435	-0.245	1.855	28.951
9	0.948	0.455	-0.362	1.982	28.345
10	1.082	0.459	-0.423	2.036	29.090
Bonos					
1	0.073	0.025	0.967	3.472	88.282
2	0.148	0.048	0.892	3.174	69.994
3	0.224	0.070	0.809	2.949	55.725
4	0.301	0.091	0.732	2.788	45.371
5	0.379	0.111	0.643	2.601	36.639
6	0.459	0.129	0.537	2.374	30.474
7	0.539	0.147	0.435	2.157	28.212
8	0.622	0.162	0.340	1.979	28.088
9	0.705	0.177	0.246	1.849	28.455
10	0.789	0.190	0.148	1.767	28.387

Nota: El periodo de muestra es de 1/7/1965 a 1/6/2009.

del 5 % es 5.99). Notemos que los retornos promedio aumentan proporcionalmente con el horizonte de inversión, pero la desviación estándar incrementa menos que proporcionalmente con el horizonte de inversión. Cuando el horizonte se incrementa de uno a diez años, la desviación estándar para los retornos de las acciones aumenta aproximadamente tres veces. Sin embargo, la desviación estándar para los retornos de los bonos incrementa aproximadamente 7.5 veces.

El resultado anterior parece sugerir que las acciones se vuelven relativamente más atractivas mientras se alarga el horizonte de inversión. Como demuestran Barberis (2000) y Campbell y Viceira (1999), este resultado puede ser explicado por la propiedad de reversión a la media de los retornos de las acciones. Existe evidencia relacionada de

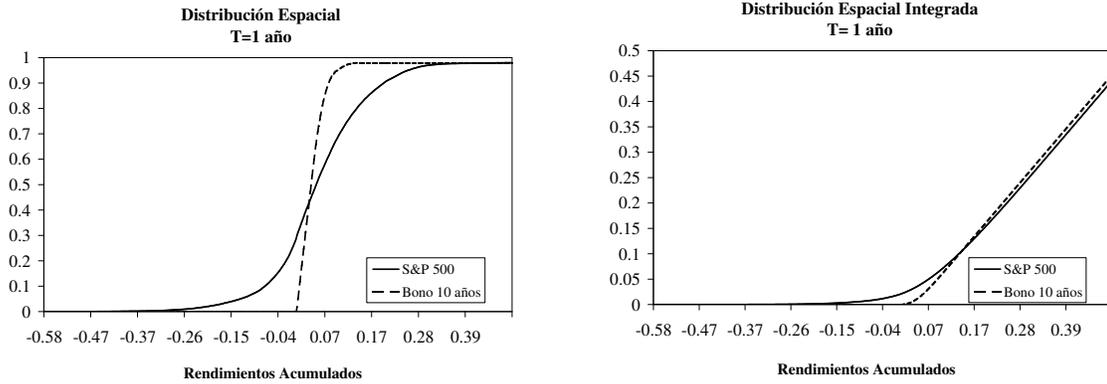


Figura 2: Distribución Espacial Estimada y Distribución Espacial Integrada para un Horizonte de Inversión de 1 año

que los retornos de las acciones presentan reversión a la media. Fama y French (1988a) y Poterba y Summers (1988) demuestran que la varianza de las acciones se reduce en horizontes más largos. Si el conjunto de oportunidades de inversión permanece constante en el tiempo, la decisión del inversionista no dependerá del horizonte de inversión (Samuelson, 1989, 1994). Si, por el contrario, los retornos de las acciones revierten a la media, la varianza de los retornos acumulados disminuye en horizontes largos de inversión.

4.1. Resultados de Dominancia Espacial de los portafolios no diversificados de acciones/bonos

La Figura 2 traza la distribución espacial descontada estimada $\hat{\Lambda}^r(T, x)$ y la distribución espacial descontada integrada $\hat{\Lambda}^{r,2}(T, x)$ de las dos series para un horizonte de inversión de un año, es decir, $T=1$.¹⁵ Siguiendo la literatura macroeconómica estándar (Kydlund y Prescott, 1982), la tasa de descuento anual r está establecida en 4%.¹⁶ Como se puede ver, las distribuciones se entrecruzan en ambos casos, lo que sugiere que

¹⁵El soporte de las distribuciones estimadas está basado en un conjunto de datos de los retornos acumulados con 500 puntos intermedios. Los resultados no son sensibles al número de puntos intermedios para la estimación de la distribución espacial.

¹⁶Para estimar la distribución espacial, permitimos ventanas rodantes traslapadas por un mes. Hemos probado varios tamaños de ventanas rodantes y hemos encontrado resultados similares a aquéllos reportados en este documento de investigación.

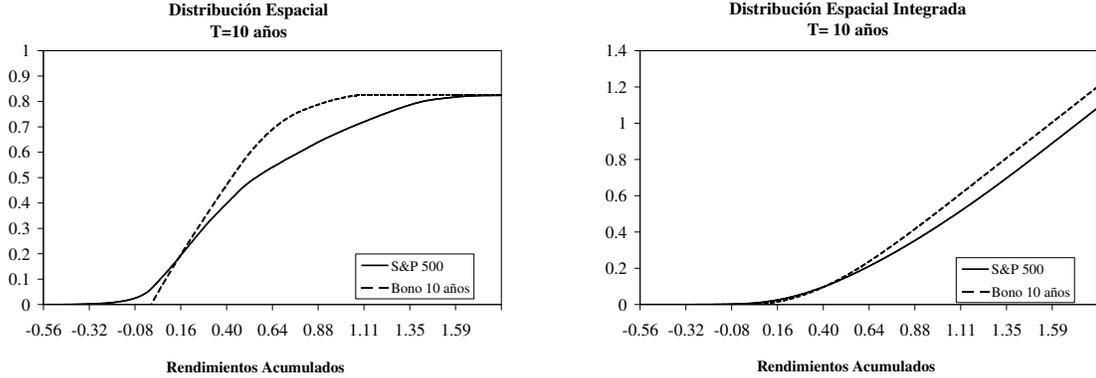


Figura 3: Distribución Espacial Estimada y Distribución Espacial Integrada para un Horizonte de Inversión de 10 años

no existe evidencia de dominancia espacial en este periodo de tiempo.

La Figura 3 presenta el caso de un horizonte de diez años. La distribución espacial estimada y la distribución espacial integrada para un horizonte de inversión a diez años sugieren que el S&P 500 domina espacialmente al bono gubernamental a 10 años en primer y segundo orden.¹⁷

Las pruebas de dominancia espacial de primer orden (FOSD) están reportadas en el Cuadro 2. Para la prueba FOSD, la hipótesis nula es que $H_0 : \Lambda^{r,X}(T, x) \leq \Lambda^{r,Y}(T, x)$ para todas las x . La primera columna muestra el horizonte de inversión (en años), mientras que el estadístico de prueba se muestra en la segunda columna. La siguiente columna reporta el tamaño de la submuestra, que se basa en el método de volatilidad mínima. Las últimas dos columnas reportan el valor crítico y el valor p, respectivamente.

La distribución muestral del estadístico de prueba está basada en métodos de submuestreo con submuestras traslapadas. Para obtener los valores críticos, empleamos el enfoque submuestreal para tamaños de submuestras entre N^4 y N^7 . Para escoger el tamaño óptimo de la submuestra, se utiliza el método de volatilidad mínima, se sugiere en Politis et al. (1999). Este método consiste en calcular la desviación estándar local

¹⁷Las distribuciones espaciales estimadas parecen cruzarse para valores muy bajos, ya que los retornos de los bonos gubernamentales son no negativos. No obstante, como se verá más adelante, la prueba no logra rechazar la hipótesis nula de que las acciones dominan a los bonos.

Cuadro 2: Prueba de Dominancia Espacial de Primer Orden

Horizonte	KS	N_s	CV	PV
a) H_0 : S&P 500 FOSD Bono Gubernamental				
1	3.78	26.00	1.40	0.00
2	3.01	19.00	1.24	0.00
3	2.49	31.00	1.09	0.00
4	2.13	28.00	1.19	0.00
5	1.94	30.00	1.22	0.00
6	1.74	27.00	1.31	0.00
7	1.52	29.00	1.32	0.00
8	1.26	29.00	1.40	0.09
9	0.94	27.00	1.37	0.21
10	0.72	27.00	1.34	0.28
b) H_0 : Bono Gubernamental FOSD S&P 500				
1	3.79	19.00	1.65	0.00
2	3.35	33.00	1.31	0.00
3	2.99	18.00	1.56	0.00
4	2.68	31.00	1.48	0.00
5	2.41	23.00	1.63	0.00
6	2.18	23.00	1.62	0.00
7	1.94	24.00	1.64	0.00
8	1.92	29.00	1.59	0.00
9	1.90	26.00	1.62	0.00
10	1.88	27.00	1.60	0.00

^b Nota: El número de submuestras N_s se determina de acuerdo al método de mínima volatilidad. Los valores p están basados en los valores críticos al 5% de confianza.

del valor crítico y después seleccionar el tamaño de la submuestra que minimiza esta medida de volatilidad. La desviación estándar local está basada en los valores críticos en el rango $[N_s - b, N_s - b + 1, \dots, N_s + b]$.¹⁸ Este método garantiza que los valores críticos sean relativamente estables alrededor del tamaño óptimo de la submuestra.

Para horizontes de inversión de ocho años o menos, rechazamos la hipótesis nula de dominancia espacial de primer orden a un nivel de significancia del 10%. No obstante, no podemos rechazar la hipótesis nula de dominancia espacial de primer orden de las acciones sobre los bonos para horizontes de 9 y 10 años. Este resultado implica que un inversionista que compra y mantiene con preferencias caracterizadas por la no saciación alcanzará una utilidad esperada más alta a través de invertir en el S&P 500 en vez del Bono Gubernamental.¹⁹

La prueba de dominancia espacial de segundo orden (SOSD) está reportada en el Cuadro 3. Para la prueba SOSD, la hipótesis nula es que $H_0 : \Lambda^{r,X;2}(T, x) \leq \Lambda^{r,Y;2}(T, x)$ para todas las x . Para horizontes de inversión entre tres y ocho años, no existen relaciones de dominancia espacial entre el S&P 500 y el Bono del Tesoro en estos horizontes de inversión. Sin embargo, para los horizontes de inversión de 1 y 2 años, el bono a 10 años domina al S&P 500 a un nivel de significancia del 10%. Este resultado implica que el inversionista que compra y mantiene con preferencias monótonas obtendrá un mayor nivel de utilidad esperada a través de invertir en bonos.²⁰

Estos resultados son robustos para diferentes tamaños de las submuestras (N_s). La Figura 4 traza el valor p para la hipótesis nula de dominancia espacial, para horizontes de inversión de uno y diez años contra el tamaño de la submuestra (N_s). Los valores p respaldan los resultados sugeridos por las distribuciones espaciales estimadas. Para un

¹⁸Los resultados presentados aquí son para $b = 5$. El análisis de sensibilidad para diferentes valores de b arroja resultados similares.

¹⁹Levy y Spector (1996) obtienen resultados que son consistentes con los nuestros en un modelo donde no se permite pedir prestado ni prestar, o cuando pedir prestado toma lugar a una mayor tasa que prestar. Utilizando los datos para los retornos anuales de 1926 a 1990, los autores encuentran que los inversionistas que tienen una función de utilidad logarítmica y se enfrentan a un horizonte largo, deberían invertir toda la riqueza en acciones.

²⁰Liu y Loewenstein (2002) afirman que en un modelo con costos de transacción, un inversionista de corto plazo podría de manera óptima solamente mantener los bonos, incluso cuando hay una prima de riesgo positiva.

Cuadro 3: Prueba de Dominancia Espacial de Segundo Orden

Horizonte	KS	N_s	CV	PV
a) H_0 : S&P 500 SOSD Bono Gubernamental				
1	0.33	29.00	0.15	0.00
2	0.37	30.00	0.32	0.02
3	0.38	30.00	0.45	0.13
4	0.37	30.00	0.57	0.24
5	0.36	31.00	0.69	0.24
6	0.34	29.00	0.78	0.26
7	0.32	29.00	0.87	0.26
8	0.27	29.00	0.99	0.28
9	0.18	27.00	1.10	0.31
10	0.11	27.00	1.21	0.41
b) H_0 : Bono Gubernamental SOSD S&P 500				
1	0.15	15.00	0.27	0.14
2	0.32	19.00	0.49	0.10
3	0.46	19.00	0.71	0.10
4	0.57	20.00	0.87	0.11
5	0.67	22.00	0.99	0.13
6	0.75	22.00	1.08	0.13
7	0.83	29.00	1.14	0.16
8	0.97	28.00	1.17	0.14
9	1.17	27.00	1.16	0.04
10	1.36	27.00	1.12	0.00

^c Nota: El número de submuestras N_s se determina de acuerdo al método de mínima volatilidad. Los valores p están basados en los valores críticos al 5% de confianza.

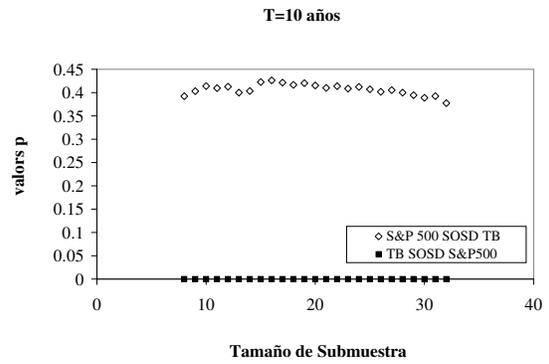
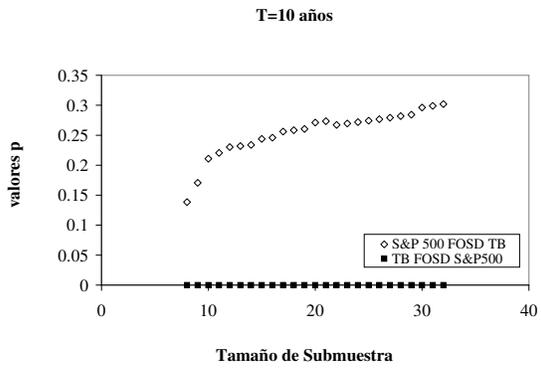
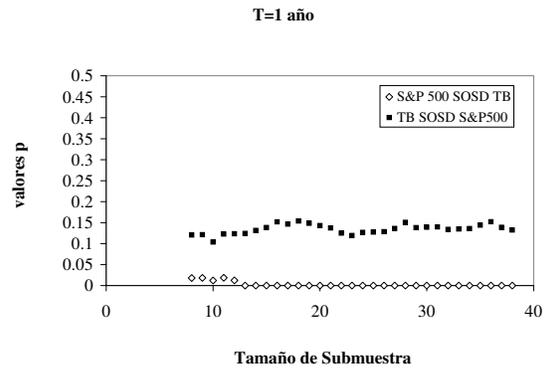
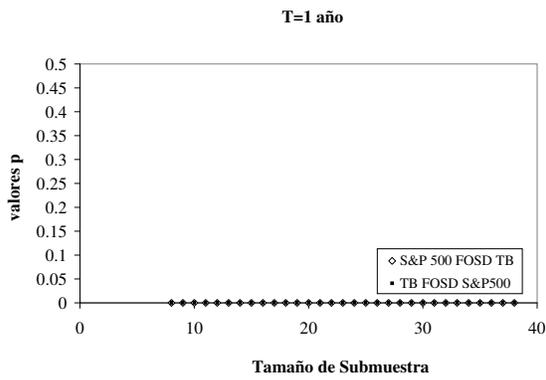


Figura 4: Valores p para la Prueba de Dominancia Espacial

horizonte de inversión de un año los bonos dominan espacialmente en segundo orden a las acciones, mientras que para un horizonte de inversión a diez años, el índice S&P 500 domina espacialmente al bono gubernamental en segundo orden.

En general, nuestros resultados sugieren que las acciones dominan a los bonos en horizontes largos de inversión. Samuelson (1994) examina el riesgo de las acciones en horizontes más largos, lo que podría justificar nuestros resultados empíricos. Él encuentra que si los retornos revierten a la media, las acciones se volverán menos riesgosas, mientras más largo es el horizonte de inversión. Los retornos están negativamente correlacionados, así que la volatilidad es reducida, porque un movimiento del precio positivo o negativo tiende a ser seguido por un movimiento del precio en dirección negativa. Notemos que Samuelson comprueba este resultado para un inversionista que rebalancea de manera óptima su portafolio en intervalos regulares, y no para el inversionista que compra y mantiene, a quien consideramos aquí. Barberis (2000) encuentra que asumir una estrategia de comprar y mantener con la utilidad definida en la riqueza final, la predictibilidad en los retornos de las acciones implica que los inversionistas de largo plazo asignan más acciones que los inversionistas de corto plazo.

4.2. Resultados de Dominancia Espacial de los portafolios diversificados de acciones/bonos

Hemos presentado los resultados para la dominancia espacial entre portafolios que consisten en 100 % de acciones y en 100 % de bonos, y encontramos que las acciones dominan a los bonos en horizontes largos. Sin embargo, la recomendación de los profesionales es asignar una mayor proporción de acciones para un horizonte de inversión más largo. En esta subsección, realizaremos la prueba de dominancia espacial entre portafolios diversificados de acciones y bonos.

Consideramos 11 portafolios que consisten en 100 % de bonos, en 90 % de bonos y en 10 % de acciones, ..., y en 100 % de acciones. El Cuadro 4 muestra los resultados para horizontes de inversión de $T = 1, 5, \text{ y } 8$ años. Los valores porcentuales en la

parte izquierda y superior del cuadro indican la proporción de acciones mantenidas en el portafolio. Una entrada en el cuadro de 1 (2) indica que el portafolio a la izquierda domina al portafolio en la parte superior a un nivel de significancia del 5% en el horizonte indicado en la parte superior en el sentido de primer (segundo) orden. Una entrada de 0 indica no dominancia.²¹

Los resultados del Cuadro 4 son consistentes con la recomendación de los profesionales. En general, para un horizonte corto de inversión de 1 año, los portafolios con una mayor proporción de bonos dominan espacialmente en segundo orden a los portafolios con una menor proporción de bonos (las entradas por encima de las diagonales son 2 en casi todos los casos). La implicación es que un inversionista que se aproxima a la edad de jubilación obtendrá un mayor nivel de utilidad esperada a través de asignar una mayor proporción de bonos en el portafolio. En contraste, para los horizontes de inversión de 5 y 10 años, los portafolios con una mayor proporción de bonos nunca dominan a los portafolios con una menor proporción de bonos (las entradas por encima de la diagonal son ceros en todos los casos). Para horizontes de inversión de cinco años, los portafolios con 0% de acciones están dominados por 40% de acciones, y el portafolio con 10% de acciones está dominado por los portafolios con 20% y 30% de acciones. Por consiguiente, solamente los portafolios que consisten en 20% de acciones o más son eficientes en el sentido de la dominancia espacial de primer orden. Para horizontes de inversión de 8 años, los portafolios con 0%, 10%, 20% y 30% de acciones están dominados por portafolios con una mayor proporción de acciones. Por lo tanto, únicamente los portafolios con más de 40% de acciones son eficientes en el sentido de la dominancia espacial de primer orden al horizonte de inversión de 8 años. Así, nuestros resultados son consistentes con las prácticas de los gestores de los fondos de ciclos de vida de asignar una mayor proporción de acciones en sus portafolios.²²

²¹Reportamos los resultados para un tamaño de submuestra de N^8 . La ventana rodante para los periodos traslapados utilizados para estimar la distribución espacial es de 3 meses.

²²Es importante notar que los resultados son para un valor p de 5%. Si se utilizan valores p mayores, algunas dominancias pueden desaparecer, pero las conclusiones seguirán siendo consistentes con la recomendación de los profesionales.

Cuadro 4: Dominancia Espacial de portafolios diversificados de acciones/bonos

	0%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
Horizonte de 1 año											
0%	-	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2
10%	1	-	2	2	2	2	2	2	2	2	2
20%	0	0	-	2	2	2	2	2	2	2	2
30%	0	0	0	-	2	2	2	2	2	2	2
40%	0	0	0	0	-	2	2	2	2	2	2
50%	0	0	0	0	0	-	2	2	2	2	2
60%	0	0	0	0	0	0	-	2	2	2	2
70%	0	0	0	0	0	0	0	-	2	2	2
80%	0	0	0	0	0	0	0	0	-	2	2
90%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	2
100%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-
Horizonte de 5 años											
0%	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	1	-	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	1	0	-	0	0	0	0	0	0	0
40%	1	0	0	0	-	0	0	0	0	0	0
50%	0	0	0	0	0	-	0	0	0	0	0
60%	0	0	0	0	0	0	-	0	0	0	0
70%	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0	0
80%	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0
90%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0
100%	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-
Horizonte de 8 años											
0%	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10%	0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20%	0	0	-	0	0	0	0	0	0	0	0
30%	0	0	1	-	0	0	0	0	0	0	0
40%	0	1	1	1	-	0	0	0	0	0	0
50%	0	1	1	1	0	-	0	0	0	0	0
60%	1	1	0	0	0	0	-	0	0	0	0
70%	1	1	0	0	0	0	0	-	0	0	0
80%	1	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0
90%	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0
100%	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-

Nota: Los valores porcentuales indican la proporción de acciones mantenidas en un portafolio. Una entrada de 1(2) en la tabla significa que el portafolio a la izquierda domina espacialmente al portafolio en la parte superior en el sentido de primer (segundo) orden. Todas las pruebas utilizan un nivel de significancia de 5%.

5. Observaciones Finales

Este documento de investigación utiliza una prueba de dominancia espacial para comparar las distribuciones de las acciones y los bonos para diferentes horizontes de inversión. Existen varias ventajas de utilizar el concepto de dominancia espacial. Primero, podemos comparar las inversiones sin imponer supuestos restrictivos en la forma de la función de utilidad, como lo hace la mayoría de los estudios teóricos. Segundo, comparamos la distribución completa de los retornos en vez de únicamente promedios o medianas de los retornos, que se usan en los estudios tradicionales. Tercero, esta metodología es válida para series de tiempo estacionarias o no estacionarias. Esta es una ventaja importante, tomando en cuenta que las distribuciones de los retornos acumulados varían en el tiempo.

Empleando un conjunto diario de datos de 1965-2008, se obtiene que las relaciones de dominancia espacial entre el S&P 500 y los bonos dependen del horizonte de inversión. Primero, para horizontes de inversión de dos años o menos, los bonos dominan espacialmente a las acciones en segundo orden, lo que significa que los inversionistas adversos al riesgo obtienen mayores niveles de utilidad cuando invierten en bonos. En contraste, para horizontes de inversión más largos que ocho años, las acciones dominan espacialmente a los bonos en primer orden. Una explicación de este resultado es la evidencia empírica sobre reversión a la media de los retornos de las acciones (Poterba y Summers, 1988). Esto convierte a las acciones en menos riesgosas para los inversionistas de horizontes largos, haciendo así que las acciones dominen a los bonos en horizontes de inversión largos.

Los resultados de dominancia espacial para comparar los portafolios diversificados muestran que para los horizontes de inversión de un año, un portafolio con una mayor proporción de bonos domina a un portafolio con una menor proporción de bonos. Por el contrario, para los horizontes de inversión de cinco años, los portafolios con una mayor proporción de acciones dominan a los portafolios con una menor proporción de acciones. Para un horizonte de inversión de cinco años, solamente son eficientes los portafolios

que consisten en 20 % de acciones o más, mientras que para un horizonte de inversión de ocho años solamente son eficientes los portafolios con 40 % o más de acciones en el sentido de la dominancia espacial.

Para ser conservadores, nuestros resultados son aplicables al periodo de muestra, el tipo de estrategia de inversión de comprar y mantener y las preferencias consideradas en este documento. El análisis espacial está basado en el supuesto de utilidad esperada, y asume no saciación, aversión al riesgo y preferencias separables de tiempo. Otros tipos de preferencias que han aparecido en la literatura para explicar importantes temas en finanzas, tales como formación de hábitos (Constantinides, 1990), consumo relativo (Abel, 1990), utilidad recursiva (Epstein y Zin, 1991), teoría de la prospección (Kahneman y Tversky, 1979) y modelos con ingreso laboral (Viceira, 2001) no están incluidos en nuestro marco. Además, las estrategias de rebalanceo del portafolio que podrían potencialmente introducir efectos de horizonte (Merton, 1971) no se toman en cuenta en este documento. A pesar de esto, los resultados de dominancia espacial proporcionan una evaluación útil del desempeño relativo de las acciones y los bonos basada en datos empíricos, y esto arroja luz sobre el papel del horizonte de inversión para estudiar las asignaciones óptimas.

Los resultados empíricos pueden ser extendidos de varias maneras. El supuesto de la teoría de la utilidad esperada puede ser relajado considerando una extensión de la prueba de dominancia estadística basada en la teoría de la prospección de Linton et al. (2005) para las series no estacionarias. También sería interesante extender la prueba de dominancia espacial para comparar todos los portafolios disponibles para los inversionistas. Dejamos aquellas extensiones para investigación futura.

Referencias

- [1] Abel, A. B. Asset Prices under Habit Formation and Catching up with the Joneses. *American Economic Review* 1990; 80; 38-42.
- [2] Agnew, J., Balduzzi, P., Sunden, A. Portfolio Choice and Trading in a Large 401(k) Plan. *American Economic Review* 2003; 93; 193-215.
- [3] Barberis, N. C. Investing for the Long Run when Returns are Predictable. *Journal of Finance* 2000; 55; 255-64.
- [4] Brennan, M. J., Schwartz, E. S., Lagnado, R. Strategic Asset Allocation. *Journal of Economic Dynamics and Control* 1997; 21; 1377-1403.
- [5] Campbell, J. Y. Stock Returns and the Term Structure. *Journal of Financial Economics* 1987; 18; 373-399.
- [6] Campbell, J. Y., Viceira, L. M. Consumption and Portfolio Decisions when Expected Returns are Time Varying. *Quarterly Journal of Economics* 1999; 114; 433-495.
- [7] Choi, J. J., Laibson, D., Madrian, B., Metrick, A., Defined Contribution Pensions: Plan Rules, Participant Decisions, and the Path of Least Resistance, in *Tax Policy and the Economy* 16, James M. Poterba, ed., MIT Press, Cambridge, MA, 2002.
- [8] Chung, K. H., Smith, W. T., Wu, T. L. Time Diversification: Definitions and some Closed-Form Solutions. *Journal of Banking and Finance* 2009; 33; 1101-1111.
- [9] Constantinides, G. M. Habit Persistence: A Resolution of the Equity Premium Puzzle. *Journal of Political Economy* 1990; 98; 519-543.
- [10] Epstein, L. G., Zin, S. E. Substitution, Risk Aversion and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis. *Journal of Political Economy* 1991; 99; 263-286.

- [11] Fama, E. F., French, K. R. Permanent and Temporary Components of Stock Prices. *Journal of Political Economy* 1988a; 96; 246-273.
- [12] Fama, E. F., French, K. R. Dividend Yields and Expected Stock Returns. *Journal of Financial Economics* 1988b; 22; 3-25.
- [13] Hansson, B. y Persson, M., Time Diversification and Estimation Risk, *Financial Analysts Journal* 2000; 56; 55-62.
- [14] Hodges, C. W., Yoder, J. A. Time Diversification and Security Preferences: A Stochastic Dominance Analysis. *Review of Quantitative Finance and Accounting* 1996; 7; 289-298.
- [15] Ibarra, R., Testing for Stochastic Dominance with Uncertain Time Horizon, mimeo, 2009.
- [16] Kahneman, D., Tversky, A. Prospect Theory of Decisions Under Risk, *Econometrica* 1979; 47; 263-291.
- [17] Kydland, F. E., Prescott, E. C. Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica* 1982; 50; 1345-1370.
- [18] Jagannathan, R., Kocherlakota, N. R. Why should Older People invest less in Stocks than Young People? *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review* 1996; 20; 11-23.
- [19] Levy, H. *Stochastic Dominance Investment Decision Making Under Uncertainty*, Springer, 2006.
- [20] Levy, H., Spector, Y., Cross-Asset versus Time Diversification, *Journal of Portfolio Management* 1996; 22; 24-35.
- [21] Linton, O., Maasoumi, E., Whang, Y. J. Consistent Testing for Stochastic Dominance under General Sampling Schemes. *Review of Economic Studies* 2005; 72; 735-765.

- [22] Linton, O. B., Post, T., Whang, Y. J., Testing for Stochastic Dominance Efficiency, mimeo, London School of Economics, 2005.
- [23] Liu, H., Loewenstein, M. Optimal Portfolio Selection with Transaction Costs and Finite Horizons. *Review of Financial Studies* 2002; 15; 805-835.
- [24] Malkiel, B. G. *A Random Walk Down Wall Street*, New York, Norton, 2000.
- [25] Markowitz, H. Portfolio Selection. *The Journal of Finance* 1952; 7; 77-91.
- [26] McFadden, D. Testing for Stochastic Dominance. In: T. Fomby and T. K. Seo, editors, *Studies in the Economics of Uncertainty*. Springer; 1989.
- [27] Merton, R. C. Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-Time Model. *Journal of Economic Theory* 1971; 3; 373-413.
- [28] Merton, R. C., Samuelson, P. A. Fallacy of the Log Normal Approximation to Optimal Decision Making over many Periods. *Journal of Financial Economics* 1974; 1; 67-94.
- [29] Nelson, C. R., Plosser, C. I. Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications, *Journal of Monetary Economics* 1982; 10; 139-172.
- [30] Park, J. *The Spatial Analysis of Time Series*, mimeo, Texas A&M University, 2008.
- [31] Park, J., Shintani, M. A Stochastic Dominance Analysis of High-Frequency Data With an Application to the International Diversification Puzzle, mimeo, 2008.
- [32] Politis, D. N., Romano, J. P., Wolf, M. *Subsampling*. Springer; 1999.
- [33] Post, T. Empirical Tests for Stochastic Dominance Efficiency, *Journal of Finance* 2003; 58; 1905-1932.
- [34] Poterba, J. M., Summers, L. H. Mean Reversion in Stock Prices: Evidence and Implications, *Journal of Financial Economics* 1988; 22; 27-60.

- [35] Samuelson, P. A. The Judgement of Economic Science on Rationale Portfolio Management: Indexing, Timing, and Long-Horizon Effects. *Journal of Portfolio Management* 1989; 16; 3-12.
- [36] Samuelson, P. A. The Long-Term Case for Equities, and how it can be oversold. *Journal of Portfolio Management* 1994; 21; 15-24.
- [37] Samuelson, W., Zeckhauser, R. Status Quo Bias in Decision Making, *The Journal of Risk and Uncertainty* 1998; 1; 7-59.
- [38] Siegel, J., *Stocks for the Long Run*, Irwin, 1994.
- [39] Strong, N., Taylor N., Time Diversification: Empirical Tests, *Journal of Business Finance and Accounting* 2001; 28; 263-303.
- [40] Thorley, S. R. The Time-Diversification Controversy, *Financial Analysts Journal* 1995; 51; 67-75.
- [41] Viceira, L. M. Optimal Portfolio Choice for Long-Horizon Investors with Nontradable Labor Income, *Journal of Finance* 2001; 56; 433-470.
- [42] Wachter, J. Portfolio and Consumption Decisions Under Mean-Reverting Returns: An Exact Solution for Complete Markets, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 2002; 37; 63-91.